



## Classe 4<sup>a</sup>Ginnasio - Compiti di Matematica per le vacanze estive 2025

Cari ragazzi,

vi suggerisco di approfittare del periodo delle vacanze estive per ripassare con attenzione, sul libro di testo "*Matematica. azzurro – vol.1*", in modo particolare, la parte teorica dei seguenti argomenti:

- **I numeri razionali e i numeri reali** (capitolo 3)
- **Gli insiemi e la logica** (capitolo 4)
- **I monomi** (capitolo 6)
- **La geometria del piano** (capitoli G1-G2-G3)

Gli esercizi da svolgere si trovano in questo documento, suddivisi in base ai diversi argomenti svolti. Per agevolare il ripasso troverete anche alcune mappe concettuali.

Con voto in pagella per Matematica:	Devono essere svolti
7, 8, 9, 10	... almeno tutti gli <b>esercizi con numeri multipli di 3</b>
6	... almeno tutti gli <b>esercizi con numeri dispari</b>
5, 6A (con aiuto)	... <b>tutti gli esercizi, oltre alle indicazioni personalizzate</b> che verranno inviate successivamente alla pubblicazione della pagella

I compiti assegnati dovranno essere svolti in modo completo, con ordine, precisione, distribuendo il carico di lavoro in modo equilibrato nel periodo estivo, e dovranno essere consegnati **entro il primo giorno di scuola** (o entro la data della prova di recupero, in caso di debito).

Come lettura estiva facoltativa, vi suggerisco di acquistare in edicola almeno un numero della **rivista mensile** "*PRISMA. Matematica, giochi, idee sul mondo*" (sito ufficiale: <https://www.prismamagazine.it>).

Buone vacanze!

*Prof. Cristina Spinelli*



## INSIEME N

**1** Completa la seguente tabella.

Operazione	Trasformazione	Risultato	Proprietà applicata
$27 + 12 + 33$	$27 + 33 + 12$	.....	.....
$58 - 23$	$55 - 20$	.....	.....
$37 \cdot 2 \cdot 5$	$37 \cdot 10$	.....	.....
$21 \cdot (10 + 15)$	$210 + 315$	.....	.....
$8 \cdot 11 \cdot 25$	$8 \cdot 25 \cdot 11$	.....	.....
$45 \cdot 11$	$450 + 45$	.....	.....

Completa inserendo il simbolo corretto (<, =, >).

- 2**  $2^6 \dots 4^3$        $3^2 \dots 2^3$        $5^3 \dots 12^2$   
**3**  $12^0 \dots 10^0$        $13^1 \dots 18^1$        $100^3 \dots 1000^2$   
**4**  $9^3 \dots 27^2$        $3 \cdot 4^2 \dots 3^2 \cdot 4$        $2^3 \cdot 3^2 \dots 2 \cdot 6^2$   
**5**  $2^2 \cdot 3^2 \dots 6^5 : 6^3$        $3^0 \cdot 3^3 \dots 12^5 : 6^5$        $(10^2)^3 \dots 2^5 \cdot 5^5$

**6** **Invalsi** Si sa che  $2^{10} = 1024$ . Quale fra le seguenti potenze del 10 si avvicina di più a  $2^{70}$ ?

- A**  $10^{24}$       **B**  $10^{21}$       **C**  $10^{14}$       **D**  $10^7$

(Prova Invalsi 2012)

Calcola il valore delle seguenti espressioni in **N** applicando, dove possibile, le proprietà delle potenze.

- 7**  $[20 - (36 : 9 + 10 : 2 - 2^2) - (5^2 - 2 \cdot 2^3)]^2 : 6 - 1$  [5]  
**8**  $\{[3 + 6 \cdot (2 + 2^2)] : 3 + 30 : 5 - 6 : 2\} : 4$  [4]  
**9**  $[(2^6 \cdot 2^2)^2 : (2^5)^3]^3 - 1$  [7]      **12**  $2^7 \cdot (2^5)^2 : (2^4)^4 + 3^9 \cdot (3^2)^3 : (3^4)^3$  [29]  
**10**  $[(3^8 : 3^6)^4 : (3^2)^3]^2 - 3^4$  [0]      **13**  $[(16 : 8 : 2)^3 \cdot (24 : 6 : 2)^4 \cdot 2^7] : (2^3)^2$  [32]  
**11**  $[(2^{12} : 2^{10})^4 : (2^3)^2]^2 - 2^0$  [15]      **14**  $(16^4 : 8^3) : 2^4 + 27^2 : 81$  [17]  
**15**  $\{[36 : (6 : 2)]^3 \cdot 12^4\} : (12^3)^2 - [(36 : 6 : 2)^3 \cdot 3^4] : (3^2)^3$  [9]

### Problemi e modelli

**16** All'inizio di giugno 2008 la popolazione italiana era di 59 798 184 abitanti. Durante il mese di giugno si sono avuti: 45 414 nati, 43 341 morti, 144 002 immigrati, 114 549 emigrati. Qual era la popolazione italiana alla fine di giugno? [59 829 710]

**17** Vorrei comprare una videocamera che è possibile pagare in contanti, al prezzo di 1199 euro, oppure in 12 rate da 109 euro l'una. Quanto spenderei in più se la acquistassi a rate? [109 euro]

**18** Per preparare in tre settimane l'esame di storia, Luca deve studiare un libro di 432 pagine. Decide di farne quattro letture integrali: alla prima dedicherà 8 giorni, alla seconda 6, alla terza 4 e alla quarta i restanti giorni. Quante pagine dovrà leggere in ciascun giorno?

[Prima lettura: 54; seconda lettura: 72; terza lettura: 108; quarta lettura: 144]

**19** Per preparare la pasta sfoglia si pone uno strato di burro tra due di pasta, ottenendo così tre strati, poi si lascia riposare il tutto per un po' e, a intervalli regolari, lo si ripiega in tre ottenendo ogni volta il triplo del numero degli strati. Se si facessero 5 ripiegamenti, quanti strati si otterrebbero? [3<sup>6</sup> = 729]



## MULTIPLI E DIVISORI

**4** Completa la seguente tabella inserendo in ogni casella Sì/No a seconda che il numero sia divisibile o meno per quello in cima alla colonna.

Numero	È divisibile per ...							
	2	3	4	5	6	9	10	11
150	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
280	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1342	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3300	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
432	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

**5** Scomponi in fattori primi i seguenti numeri naturali: 135; 108; 132; 180; 1100; 1111.

**Determina il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri.**

**6** 125, 20, 30 [M.C.D. = 5, m.c.m. = 1500] **8** 35, 49, 70 [M.C.D. = 7, m.c.m. = 490]

**7** 81, 51, 21 [M.C.D. = 3, m.c.m. = 9639] **9** 10, 110, 1100 [M.C.D. = 10, m.c.m. = 1100]

**10** Le seguenti coppie sono formate da numeri primi tra loro? 456 e 475 243 e 253

### Problemi e modelli

**11** Da un telo di stoffa rettangolare che ha dimensioni di 220 cm e 120 cm si vogliono ritagliare fazzoletti quadrati della maggiore area possibile, senza avanzare stoffa. Quanti quadrati si possono ottenere e quanto è lungo il loro lato?

[66 fazzoletti di 20 cm di lato]

**12** Tre agenti, Aldo, Bruno e Carlo, si ritrovano a Roma il 19 aprile. Se Aldo va a Roma ogni 12 giorni, Bruno ogni 15 e Carlo ogni 20, dopo quanti giorni si ritroveranno a Roma? Quale giorno sarà?

[60 giorni; 18 giugno]

**13** Le luci di un albero di Natale si accendono a intermittenza: quelle gialle ogni 6 secondi, quelle rosse ogni 10 secondi e quelle azzurre ogni 12 secondi. Se all'inizio sono accese tutte insieme, dopo quanti secondi lo saranno ancora?

[60 secondi]

**14** Individua quale dei seguenti numeri potrebbe rappresentare il numero di tutti i giocatori titolari delle squadre di pallavolo partecipanti a un torneo estivo, sapendo che ogni squadra è composta da tre difensori, due attaccanti e un alzatore:

**A** 1234 **B** 1533 **C** 1236 **D** 1228

**15** Francesco vuole sostituire le vecchie piastrelle del bagno sul pavimento e sulle due pareti verticali libere da porte, finestre e sanitari. Vuole che le piastrelle nuove siano tutte uguali e quadrate; inoltre ne vuole acquistare il minimo numero possibile e desidera effettuare il lavoro senza tagliare alcuna piastrella. La stanza è alta 336 cm, larga 210 cm e lunga 360 cm. Le pareti interessate dai lavori sono due adiacenti entrambe alte 336 cm, ma una lunga 360 cm e l'altra 210 cm.

**a.** Quale sarà la lunghezza del lato delle nuove piastrelle?

**b.** Quante ne ordinerà?

**c.** E se invece volesse piastrellare il pavimento con un tipo di piastrelle quadrate e le due pareti verticali con un secondo tipo di piastrelle quadrate, sempre con l'intenzione di acquistarne il minimo numero possibile e di potere effettuare il lavoro senza tagliare alcuna piastrella?

[a. 6 cm; b. ne servono 7420;  
c. 5320 piastrelle di lato 6 cm  
per le pareti e 84 piastrelle  
di lato 30 cm per il pavimento]



## INSIEME Z

**2** Completa la seguente tabella.

Numero	-12	+30	0	-67	-1	+1	+32	-3	+4
Valore assoluto	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Completa inserendo il simbolo corretto (<, =, >).

**3**  $-15 \dots +8$        $+76 \dots +60$

**4**  $-8 \dots -12$        $-9 \dots +9$

**5**  $0 \dots +7$        $-23 \dots 0$

**6**  $+11 \dots +101$        $-26 \dots -203$

**7**  $-13 \dots -28$        $+16 \dots -20$

**8**  $-12 \dots -12$        $-23 \dots +23$

Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni.



**9**  $(-5) + (+12) + (-19) - (-4)$  [-8]

**10**  $9 + (-52) + (+76) + (-14) + (-9) + (+50)$  [60]

**11**  $(-37) + (+87) + (+29) + (+37) + (-56)$  [60]

**12**  $(12 - 23 + 18) + (9 - 18 + 24) - (36 - 25 + 17)$  [-6]

**13**  $(-43 + 35 + 13) - (23 - 28 - 19 + 12) + (6 - 35 + 12)$  [0]

Calcola il valore delle seguenti espressioni in **Z** applicando, dove possibile, le proprietà delle potenze.



**31**  $[4 + (-3)(-7)] : (-5) - (-10)$  [5]

**32**  $[5 - (+10) : (-2)] - (+18)(-6)$  [13]

**33**  $[3 - (-2)(+3) + (-10) : (-2) - (4 - 8)] : [-8 + (-2 + 4)]$  [-3]

**34**  $\{-5 - [3 - (-2)(+3) + (-2)(-2)]\} : (-3) - (-6)$  [12]

**35**  $-4 - 4 \cdot [54 : (-18) - (50 - 34) : (-8) \cdot 2 + 6 \cdot (-4)] : (-46)$  [-6]

**36**  $[(65 - 12 \cdot 4 - 25 : 5) : 4 - (-36) : (-9) \cdot 2] \cdot (-2) + 24 : (-3)$  [2]

**37**  $[-13 \cdot 4 : (-26) - (-15) \cdot 2] : (-8) \cdot [(-15 + 32 - 29) : (-6)]$  [-8]

**38**  $-14 + 14 : \{13 - 13 : [51 - (10 \cdot 9 - 8 \cdot 7 + 6 \cdot 5)]\} - 65 : (-5)$  [0]



## FRAZIONI

- 1** Se possibile, trasforma le seguenti frazioni in frazioni decimali, cioè aventi come denominatore una potenza di 10.

$$\frac{335}{40}; \frac{19}{18}; \frac{503}{500}; \frac{151}{150}; \frac{21}{20}; \frac{104}{99}; \frac{25}{4} \quad \left[ \frac{8375}{1000}; \text{no}; \frac{1006}{1000}; \text{no}; \frac{105}{100}; \text{no}; \frac{625}{100} \right]$$

- 2** Se possibile, trasforma le seguenti frazioni in numeri decimali finiti.

$$\frac{7}{20}; \frac{36}{60}; \frac{5}{42}; \frac{1}{25}; \frac{3}{5}; \frac{2}{9}; \frac{13}{1000}; \frac{27}{16}; \frac{62}{30}; \frac{8}{125}$$

[0,35; 0,6; no; 0,04; 0,6; no; 0,013; 1,6875; no; 0,064]

- 3** Trasforma le seguenti frazioni in numeri decimali.

$$\frac{18}{24}; \frac{24}{18}; \frac{360}{48}; \frac{48}{360}; \frac{36}{7}; \frac{53}{22} \quad [0,75; 1,\bar{3}; 7,5; 0,1\bar{3}; 5,14285\bar{7}; 2,40\bar{9}]$$

- 4** Trova la frazione generatrice dei seguenti numeri decimali.

$$5,75; 5,7\bar{5}; 5,7\bar{5}; 1,\bar{3}; 1,10\bar{3}; 0,00\bar{6} \quad \left[ \frac{23}{4}; \frac{259}{45}; \frac{190}{33}; \frac{4}{3}; \frac{331}{300}; \frac{1}{165} \right]$$

- 5** Disponi in ordine crescente i seguenti numeri decimali.

$$3,05; 3,04\bar{9}; 3,5; 3,0\bar{5}; 3,50\bar{5}; 3,0\bar{5}; 3,\bar{5}; 3,04\bar{9}$$

[3,049; 3,049; 3,05; 3,05; 3,05; 3,5; 3,505; 3,5]

### Trasforma le seguenti percentuali in frazioni.

**6** 34%      5,7%      76,8%      98%       $\left[ \frac{17}{50}; \frac{57}{1000}; \frac{96}{125}; \frac{49}{50} \right]$

**7** 0,25%      2,5%      12,5%      12,75%       $\left[ \frac{1}{400}; \frac{1}{40}; \frac{1}{8}; \frac{51}{400} \right]$

### Trasforma le seguenti frazioni in percentuali.

**8**  $\frac{1}{50}$        $\frac{33}{250}$        $\frac{68}{75}$        $\frac{18}{77}$       [2%; 13,2%; 90,67%; 23,38%]

**9**  $\frac{47}{97}$        $\frac{17}{250}$        $\frac{12}{13}$        $\frac{94}{123}$       [48,45%; 6,8%; 92,31%; 76,42%]

- 10** Calcola il 17% di 2800. [476]

- 11** Calcola il numero il cui 20% è 400. [2000]

- 12** Quale percentuale di 8400 è 252? [3%]

- 13** Completa la seguente tabella.

Rappresentazione decimale	Rappresentazione tramite frazione ridotta ai minimi termini	Rappresentazione percentuale
0,85	.....	.....
.....	$\frac{3}{25}$	.....
.....	.....	16%

### Problemi e modelli

- 21** In un ingranaggio di un orologio si trovano due rotelle dentate. La prima compie 12 giri in due minuti e mezzo, la seconda 15 giri in tre minuti. Quale rotella compie più giri al minuto? [La seconda]

- 22** Per coprire tutti i 60 tavoli di un ristorante per un ricevimento sono necessari 5 kg di petali di rosa. Quanti ne servirebbero se i tavoli triplicassero? E se i tavoli fossero 42? [15 kg; 3,5 kg]

- 23** Gli ingredienti per otto crêpes sono:

- 120 g di farina 00;
- 300 ml di latte;
- 2 uova.

Controllando nella dispensa scopri di avere a disposizione 800 g di farina, 1,5 litri di latte e 9 uova. Quante crêpes puoi preparare al massimo? Quanta farina ti rimane nella dispensa? Quanto latte?

[36 crêpes, 150 ml di latte e 260 g di farina]



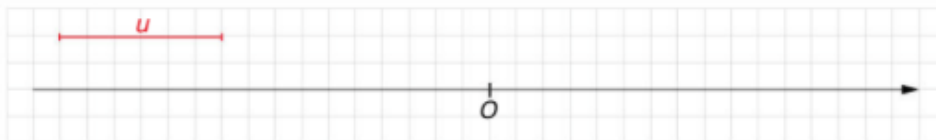




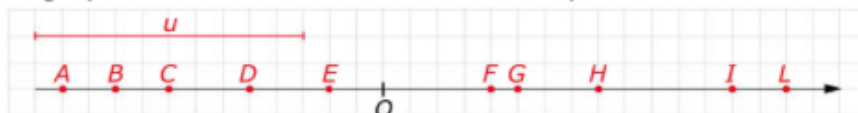
## INSIEME Q

**2** Rappresenta sulla retta orientata i seguenti numeri razionali:

$$-\frac{3}{2} \quad +\frac{7}{3} \quad +\frac{5}{6} \quad -2 \quad 0 \quad +\frac{5}{2} \quad -\frac{8}{3} \quad +\frac{1}{3} \quad +\frac{11}{6}$$



**3** Associa a ogni punto indicato il numero razionale corrispondente.



**4** Dato il numero  $a = -\frac{1}{2}$ , rappresenta sulla retta orientata i numeri:

$$-a \quad 3a \quad a^2 \quad -\frac{1}{a} \quad \frac{a^3+1}{a^2}$$

Completa inserendo il simbolo corretto (<, =, >).

**5**  $-\frac{8}{5} \dots \frac{11}{7}$ ;  $-\frac{8}{5} \dots -\frac{11}{7}$ ;  $\frac{8}{5} \dots \frac{11}{7}$

**7**  $\frac{20}{31} \dots \frac{30}{47}$ ;  $-\frac{20}{31} \dots -\frac{30}{47}$ ;  $\frac{70}{56} \dots \frac{65}{52}$

**6**  $\frac{8}{5} \dots -\frac{11}{7}$ ;  $\frac{20}{31} \dots -\frac{30}{47}$ ;  $-\frac{20}{31} \dots \frac{30}{47}$

**8**  $\frac{70}{56} \dots -\frac{65}{52}$ ;  $-\frac{70}{56} \dots -\frac{65}{52}$ ;  $-\frac{70}{56} \dots \frac{65}{52}$

Completa in modo da ottenere uguaglianze corrette.

**9**  $\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot (\dots) = -\frac{2}{3}$

**11**  $\left(-\frac{1}{10}\right) \cdot (\dots) = -100$

**10**  $(\dots) : \left(-\frac{15}{4}\right) = \frac{2}{15}$

**12**  $\left(\frac{10}{3}\right) : (\dots) = -4$

**13** Completa la seguente tabella.

<b>a</b>	$-\frac{5}{3}$	$+\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$
<b>b</b>	0	1	-1	2	-2
<b>c</b>	-6	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{6}$	+4	$-\frac{1}{2}$
<b>a + b</b>	.....	.....	.....	.....	.....
<b>(a + b) · c</b>	.....	.....	.....	.....	.....
<b>(a + b) : c</b>	.....	.....	.....	.....	.....
<b>a<sup>b</sup></b>	.....	.....	.....	.....	.....
<b>c<sup>b</sup></b>	.....	.....	.....	.....	.....
<b>a<sup>b</sup> - c<sup>b</sup></b>	.....	.....	.....	.....	.....



**Calcola il valore delle seguenti espressioni.**

- 14  $\left[ \left( -\frac{1}{2} \right) \left( -\frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} \right] \cdot \left( -\frac{2}{3} \right) + \frac{7}{6}$  [1]
- 15  $\left[ \left( -\frac{2}{3} \right) \cdot \left( -\frac{15}{8} \right) + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right] \left( -\frac{3}{14} \right) + \frac{7}{8}$   $\left[ \frac{1}{2} \right]$
- 16  $\left[ \left( -\frac{6}{5} \right) \left( +\frac{25}{9} \right) - \frac{1}{2} \right] : \left( -\frac{46}{9} \right) - \left( -\frac{1}{2} \right) \left( -\frac{1}{2} \right) + \frac{3}{2}$  [2]
- 17  $\left[ 0,6 \cdot \left( 2 - \frac{4}{5} \right) - \left( 1 - \frac{2}{5} - 0,25 \right) \cdot \frac{4}{7} \right] : 1,8$   $\left[ \frac{1}{3} \right]$
- 18  $\left[ \left( -\frac{5}{7} \right) : \left( -\frac{30}{21} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right] : \left[ \left( -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) - \left( 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) \right]$  [-4]



**Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.**

- 21  $[(10^5 \cdot 10^4) : (10^4)^2]^{-2}$   $\left[ \frac{1}{100} \right]$
- 22  $\{[(10^3 \cdot 10^4)^{-2} \cdot (10^2)^{10}] : 10^5\}^{-1}$   $\left[ \frac{1}{10} \right]$
- 23  $\frac{2^{-1} + 3^{-1}}{2^{-1} - 3^{-1}}$  [5]
- 24  $(2^{-1} - 5^{-1}) \left( -\frac{2}{5} \right)^{-2} \left( -\frac{1}{2} \right)^{-3}$  [-15]
- 25  $\left[ \left( -\frac{1}{2} \right)^2 \left( -\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 : \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right]^4$   $\left[ \frac{1}{4} \right]$
- 26  $\left[ \left( -\frac{1}{3} \right)^7 : \left( -\frac{1}{3} \right)^4 \right]^2 : \left[ \left( -\frac{1}{3} \right) \left( -\frac{1}{3} \right)^3 \right]$   $\left[ \frac{1}{9} \right]$
- 27  $\left[ \left( \frac{5}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) \cdot \left( \frac{5}{6} + \frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right) - \frac{1}{8} \right] \cdot \left( -\frac{3}{4} \right)^{-2}$   $\left[ \frac{3}{4} \right]$



## INSIEMI E OPERAZIONI FRA INSIEMI

**1** Rappresenta, per elencazione, l'insieme  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ è multiplo di } 4 \text{ e } 20 < x < 40\}$ .

**2** Rappresenta, mediante una proprietà caratteristica, l'insieme  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ .

**Dati gli insiemi  $A$  e  $B$ , stabilisci se  $A$  è un sottoinsieme di  $B$  e, in caso affermativo, specifica se si tratta di un sottoinsieme proprio o improprio.**

**3**  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 5\}$   $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$

**4**  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 3\}$   $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x \leq 3\}$

**5**  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 3\}$   $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x \leq 3\}$

**Inserisci il simbolo opportuno, scelto fra  $\in, \notin, \subset, \supset, \subseteq, \not\subseteq$ , in modo da ottenere una scrittura corretta.**

**6**  $3 \dots \mathbf{N}$

**10**  $\{2\} \dots \{1, 2, 3\}$

**7**  $\{1, 2, 4\} \dots \{1, 2, 5\}$

**11**  $\{\text{multipli di } 6\} \dots \{\text{multipli di } 12\}$

**8**  $11 \dots \{\text{numeri pari}\}$

**12**  $\mathbf{N} \dots \{2\}$

**9**  $\mathbf{Z} \dots \mathbf{N}$

**13**  $\emptyset \dots \mathbf{N}$

**14** Dati gli insiemi  $A = \{a, b, c, d\}$  e  $B = \{a, m, c, d, n\}$ , rappresenta per elencazione e mediante diagrammi di Venn gli insiemi  $A \cap B$  e  $A \cup B$ .

**15** Dati gli insiemi  $A = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola «unione»}\}$  e  $B = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola «ragione»}\}$  rappresenta, per elencazione, gli insiemi  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A - B$ .

**16** Dati gli insiemi  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ è multiplo di } 3 \text{ e } x < 20\}$ ,  $P = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ è un numero primo e } x < 30\}$  e  $D = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ è un numero dispari e } x < 24\}$ , determina:

**a.**  $A \cap P \cap D$  **b.**  $P - D$  **c.**  $(D - P) \cap A$  **d.**  $\{0, 1\} \times (A - D)$

[**a.**  $A \cap P \cap D = \{3\}$ ; **b.**  $P - D = \{2, 29\}$ ; **c.**  $(D - P) \cap A = \{9, 15\}$ ;

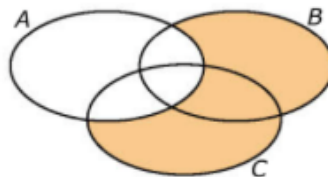
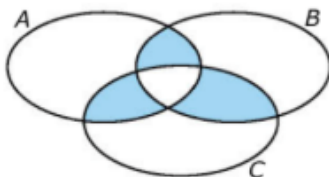
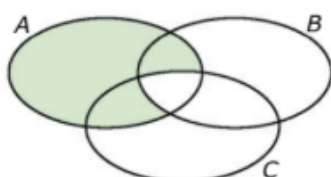
**d.**  $\{0, 1\} \times (A - D) = \{(0, 0), (0, 6), (0, 12), (0, 18), (1, 0), (1, 6), (1, 12), (1, 18)\}$ ]

**17** Dati gli insiemi  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d\}$ ,  $C = \{a, b, d\}$ , determina, per elencazione:

$A - B$   $B - A$   $(A \cup B) \cap C$   $A \cup (B \cap C)$

È vero che  $A - B = B - A$ ? E che  $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ ?

**18** Scrivi sotto ogni diagramma l'espressione relativa all'insieme colorato.



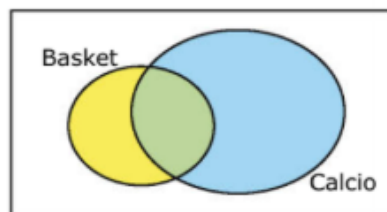
**19** Dati gli insiemi  $A = \{a, b, c\}$  e  $B = \{x, y, z\}$ , rappresenta, per elencazione, gli insiemi  $A \times B$  e  $B \times A$ .

**Invalsi**

**20** Su 100 alunni di una scuola, 82 alunni si interessano di calcio, 26 si interessano di basket, 10 non si interessano né di calcio, né di basket.

Scrivi nella opportuna zona del diagramma il numero di studenti che si interessano sia di calcio sia di basket. **[18]**

(Prova Invalsi 2014)



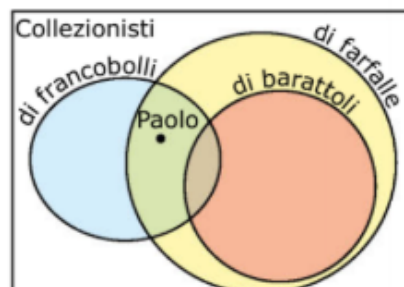




**21** Esamina il diagramma di Eulero-Venn. In base a esso quale delle seguenti proposizioni è sicuramente vera?

- A** Paolo colleziona barattoli
- B** Paolo colleziona barattoli e francobolli
- C** Paolo colleziona francobolli, ma non barattoli
- D** Paolo colleziona farfalle ma non francobolli
- E** Paolo colleziona barattoli, francobolli e farfalle

(Prova Invalsi 2002)



## LOGICA

**Determina la tavola di verità delle seguenti proposizioni.**

**1**  $(p \wedge \bar{q}) \wedge p$

**2**  $(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee p$

**3**  $(p \vee q) \Rightarrow p$

**4**  $(p \Rightarrow \bar{q}) \vee p$

**5**  $(\bar{p} \vee q) \wedge p$

**6**  $(p \vee \bar{q}) \wedge \bar{p}$

**7**  $(p \wedge q) \Leftrightarrow p$

**8**  $(p \Leftrightarrow q) \wedge \bar{p}$

**9** Date le proposizioni  $p$ : «Barbara ha preso 6 in matematica»,  $q$ : «Barbara ha preso 5 in italiano»,  $r$ : «Barbara è stata promossa»:

- a.** traduci in simboli le proposizioni «Barbara ha preso 6 in matematica o 5 in italiano» e «Se Barbara ha preso 6 in matematica, allora è stata promossa»;
- b.** traduci a parole le proposizioni  $p \wedge \bar{q}$  e  $(p \wedge q) \Rightarrow \bar{r}$ .

**10** Scrivi l'inversa di ciascuna delle seguenti proposizioni.

- a.** Se c'è bel tempo, vado al mare.
- b.** Se non vengo a cena da te, ti telefono.
- c.** Se non vengo promosso, non vado in vacanza.

**Riscrivi le seguenti proposizioni in forma equivalente, utilizzando le espressioni «condizione necessaria» (ma non sufficiente), «condizione sufficiente» (ma non necessaria) o «condizione necessaria e sufficiente».**

- 11** Se un numero naturale è divisibile per 10, allora è divisibile per 5.
- 12** Per un numero naturale essere divisibile per 2 equivale a essere pari.
- 13** Affinché un numero naturale sia divisibile per 4, deve essere divisibile per 2.
- 14** Un triangolo equilatero ha tutti gli angoli congruenti e, viceversa, un triangolo con tutti gli angoli congruenti è equilatero.

**15** Completa la seguente tabella.

A parole	In simboli	Valore di verità
.....	$\exists x \in \mathbf{N} \mid x^2 = -2$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
Ogni numero intero, elevato alla quarta, dà luogo a un numero non negativo.	.....	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
.....	$\forall x \in \mathbf{N}, \exists y \in \mathbf{N} \mid xy = x$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
Per ogni coppia di numeri razionali $a, b$ , con $a < b$ , esiste un numero razionale $c$ compreso fra $a$ e $b$ .	.....	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F



## MONOMI

**2** Completa la seguente tabella.

Monomio	Forma normale	Grado	Monomio opposto	Monomio simile con coefficiente reciproco del monomio dato
$2xyx^2$	.....	.....	.....	.....
$-\frac{1}{2}a^2bab^3$	.....	.....	.....	.....
$-\frac{5}{4}x^2yzy^3z$	.....	.....	.....	.....
$(-3x^2y)\left(-\frac{1}{3}xyz^3\right)$	.....	.....	.....	.....
$\frac{3}{2}u^2vuv^4$	.....	.....	.....	.....

**Semplifica le seguenti espressioni.**



**3**  $(+2xy)(-3xy^2)$

**4**  $(+6x^4y^2) : (-2xy)$

**5**  $(-2a^2b)^2$

**6**  $(-4ab)(+3a)$

**7**  $(-10xyz^3) : (-2xz)$

**8**  $(-3ab^3c^4)^3$

**9**  $(2xy^3)(-4x^2yz^2)$

**10**  $(-3xyz^2)(-3x^2y^5z)$

**11**  $\left(-\frac{3}{2}xy^8z^4\right) : \left(-\frac{9}{4}xy^5z\right)$

**12**  $\left(-\frac{1}{2}abc^2\right)^3$

**13**  $[(3y - 5y)^2(2x^2y^3)] : \left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^2 - [20y - (-8y)]$

**[4y]**

**14**  $\left(0,4y + \frac{2}{5}y\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}y\right)^2 + (-26y^7) : (13y^5)$

**$[-y^2]$**

**15**  $\left[\left(\frac{3}{2}u^3v^4z^5\right) : \left(\frac{9}{4}uv^2z^4\right)\right] : \left(\frac{1}{6}u^2v\right) - (-3v^2z^2)^2 : (-vz)^3$

**[13vz]**

**16**  $[(-x^2)^3 + 2(-x^3)^2]^3 - (-4x^{11})^2 : (-4x^4)$

**$[5x^{18}]$**

**17**  $(-6a^3) : (2a^2) + (-2a^4)^2 : \left[\left(\frac{1}{2}a^3\right)(-4a^4)\right] + (2a)^3 : (-a)^2$

**[3a]**

**18**  $\left[\left(-\frac{3}{2}abc^2\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}a^2bc^3\right)\right] : \left(+\frac{3}{2}abc^2\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}abc^2\right)\left(-\frac{1}{2}ac\right)$

**$\left[-\frac{1}{4}a^2bc^3\right]$**

**19**  $(3xy) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^3\right) + \left(-\frac{3}{2}x^5y^7\right) : \left(+\frac{3}{4}x^3y^3\right) - (-2xy^2)^2$

**$\left[-\frac{15}{2}x^2y^4\right]$**

**20**  $\frac{1}{2}[2a - (-3a)]^2 - [-2a + (-3a)]^3 + (-2a^2) : (-4) + (+6a^5) : (-3a^3)$

**$[125a^3 + 11a^2]$**

**21** È dato un numero  $a$ . Esprimi tramite un'espressione algebrica la frase «il quadrato della differenza tra il quadrato del cubo di  $a$  e il cubo dell'opposto del doppio del quadrato di  $a$ » e semplifica l'espressione algebrica ottenuta. **[81a<sup>12</sup>]**

**22** È dato un numero  $a$ . Esprimi tramite un'espressione algebrica la frase «il cubo della differenza tra il cubo del quadrato di  $a$  e il quadrato dell'opposto del doppio del cubo di  $a$ » e semplifica l'espressione algebrica ottenuta.  **$[-27a^{18}]$**



**Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di monomi.**

23  $12a^2b^4c^5$   $16a^5b^7$

26  $4a^2b^3$   $5b^4c^7$   $15a^6b^9c^{15}$

24  $-\frac{2}{3}x^2y^6$   $\frac{1}{4}x^5y^9$

27  $\frac{1}{2}x^5yz^3$   $-\frac{4}{5}yz^5$   $xy^2z^3$

25  $12a^3b^2$   $24a^5bc^8$   $48b^9c^{15}$

28  $6a^4b^3$   $2ab^4c^2$   $3a^2b^5c$   $12abc^4$

**Invalsi**

29 Il rettangolo  $ABCD$  in figura è costruito con cinque quadrati; i lati dei due quadrati più piccoli misurano  $a$ .

Quanto vale l'area del rettangolo  $ABCD$ ?

A  $25a^2$

C  $50a^2$

B  $16a^2$

D  $40a^2$

(Prova Invalsi 2007)

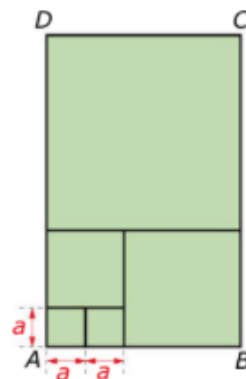
30 In un prato di forma rettangolare viene costruita una piscina di forma rettangolare le cui dimensioni sono la metà delle dimensioni del prato. La superficie di prato rimasta è:

A il doppio della superficie della piscina

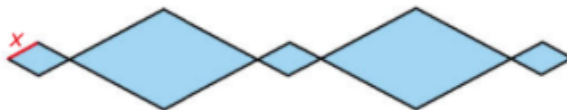
B il triplo della superficie della piscina

C la metà della superficie della piscina

D il quadruplo della superficie della piscina



31 Una decorazione è formata da cinque rombi simili, di diversa grandezza, come in figura. I rombi grandi hanno area nove volte quella dei rombi piccoli.



Chiamando  $x$  la lunghezza del lato del rombo piccolo, il perimetro della figura è...

A  $28x$

C  $60x$

B  $36x$

D  $84x$

(Prova Invalsi 2007)

## POLINOMI

19 **Invalsi** Quale espressione algebrica corrisponde alla proposizione: «Moltiplicare il cubo della somma di due numeri per il quadrato della differenza del doppio del primo numero con il secondo numero»?

A  $(a+b)^3(2a^2-b)$

B  $(a+b)^3(a^2-2b)^2$

C  $(a+b)^3(2a-b)^2$

D  $3(a+b)(2a-b)^2$

20 **Invalsi** Indicato con  $x$  un numero intero, il valore dell'espressione che si ottiene sottraendo al quadrato del successivo di  $x$  il doppio dell'antecedente di  $x$  è:

A  $x^2+3$

B  $x^2+1$

C  $2x^2+1$

D  $x^2-1$

**Semplifica le seguenti espressioni utilizzando, ovunque possibile, i prodotti notevoli.**

21  $(a-2b)^2 - (2a-3b)(2a+3b) + (a+b)^2 + 2b(a-7b)$

$[-2a^2]$

22  $(x^2-2)^2 - 2(x^2-2)(x^2+2) + (x-1)(x+1)(x^2+1)$

$[11-4x^2]$

23  $(1-a)^2(1+a)^2(1+a^2)^2 - (1+a^4)^2$

$[-4a^4]$



**Semplifica le seguenti espressioni.**

**27**  $-3ax^2 \left( -\frac{5}{6}a^3x^2y^5 \right) : (-15ax^3y) + (-2ax^2y^4)^4 : (8ax^7y^{12}) - xy(-ay)(-ay)^2$   $\left[ \frac{17}{6}a^3xy^4 \right]$

**28**  $[-abc^2(-b^3c)^2]^4 : (ab^{12}c^5)^2 - [5b^7c^6(-a^4b) : (ab^2)^2] - [-(18a^2b^4c^7) : (3c)]$  [0]

**29**  $\left[ \left( \frac{9}{16}a + \frac{1}{3}a - \frac{5}{6}a \right) \cdot \left( -\frac{8}{3}ab \right)^2 - \left( 2a^2b - \frac{1}{3}a^2b \right)^2 + \frac{17}{12}a^4b^2 \right] : \left( a^3b^2 - \frac{7}{6}a^3b^2 + \frac{3}{2}a^3b^2 \right)^2$  [a<sup>2</sup>]

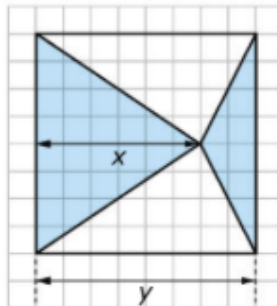
**30**  $a^3 - \left\{ \left[ \left( \frac{1}{2}a - \frac{4}{3}r \right) \left( \frac{9}{2}a - 12r \right) - \left( \frac{3}{4}a + 2r \right) (-3a + 8r) \right] \left( \frac{2}{9}a - \frac{8}{3}r \right) + 4ar \left( \frac{11}{3}a - 8r \right) \right\}$  [0]

**33 Invalsi** Osserva il quadrato in figura.

L'area della regione colorata è:

- A la terza parte dell'area del quadrato
- B la quarta parte dell'area del quadrato
- C uguale all'area del quadrato
- D la metà dell'area del quadrato

(Prova Invalsi 2005)



#### Problemi e modelli

**34** Paolo, Marco e Luca calcolano i costi della casa in affitto per le vacanze. Paolo ha usato la casa 6 giorni in più di Marco, Luca ha soggiornato una volta e mezzo rispetto ai giorni di Paolo. Sapendo che non si sono mai trovati contemporaneamente in casa e che questa non è mai rimasta disabitata, determina la somma dei giorni in cui la casa è stata affittata in funzione del numero  $x$  dei giorni di vacanza di Marco. Calcola la spesa complessiva e quella di ciascun amico sapendo che  $x = 8$  e che l'affitto giornaliero della casa è 55 euro.

$\left[ \frac{7}{2}x + 15; \text{spesa complessiva: € 2365}; \right.$

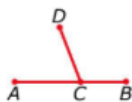
$\left. \text{spesa di Marco: € 440; spesa di Paolo: € 770; spesa di Luca: € 1155} \right]$

## PIANO EUCLIDEO

### 1 Vero o falso?

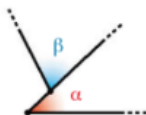
In riferimento alla figura a fianco:

- |                             |     |
|-----------------------------|-----|
| a. AC e CB sono consecutivi | V F |
| b. AC e CB sono adiacenti   | V F |
| c. AC e CD sono consecutivi | V F |
| d. CB e CD sono adiacenti   | V F |
| e. AB e CD sono consecutivi | V F |



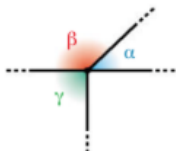
[3 affermazioni vere e 2 false]

**2** In riferimento agli angoli  $\alpha$  e  $\beta$  della figura seguente, stabilisci se  $\alpha$  e  $\beta$  sono consecutivi, adiacenti o opposti al vertice.



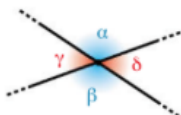
**3** In riferimento agli angoli  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  della figura seguente, rispondi alle seguenti domande.

- a.  $\alpha$  e  $\beta$  sono adiacenti?
- b.  $\alpha$  e  $\beta$  sono consecutivi?
- c.  $\beta$  e  $\gamma$  sono consecutivi?
- d.  $\beta$  e  $\gamma$  sono adiacenti?
- e.  $\alpha$  e  $\gamma$  sono opposti al vertice?



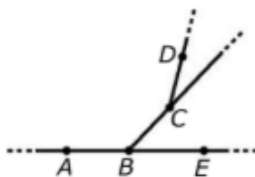
**4** In riferimento agli angoli  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  della figura seguente, rispondi alle seguenti domande.

- a.  $\alpha$  e  $\beta$  sono consecutivi?
- b.  $\alpha$  e  $\gamma$  sono adiacenti?
- c.  $\gamma$  e  $\delta$  sono opposti al vertice?
- d.  $\beta$  e  $\delta$  sono consecutivi?





- 7** Nella figura a fianco individua:
- tutti gli angoli;
  - tutte le coppie di angoli adiacenti;
  - tutte le coppie di angoli consecutivi.



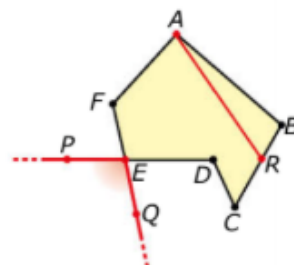
**8 Vero o falso?**

In riferimento alla figura a fianco:

- $ABCDEF$  è un poligono
- $ABCDEF$  è un poligono ma non è convesso
- $AR$  è una diagonale
- $P\hat{E}Q$  è un angolo esterno
- c'è un solo angolo esterno al poligono di vertice  $E$

[2 affermazioni vere e 3 false]

V F  
V F  
V F  
V F  
V F



**9** Le affermazioni seguenti **non** sono corrette. Per ciascuna di esse, trova un «controesempio», cioè disegna una figura che evidenzi l'inesattezza dell'affermazione, e poi correggila.

- Un segmento che congiunge due vertici di un poligono è una diagonale del poligono.
- Un segmento che congiunge due punti del contorno di un poligono è una corda.
- Un angolo convesso individuato da due lati consecutivi di un poligono è un angolo interno al poligono.

**10** Stabilisci se le seguenti figure sono convesse o concave.

<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava	<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava	<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava	<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava





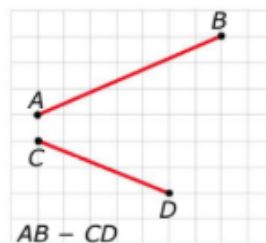
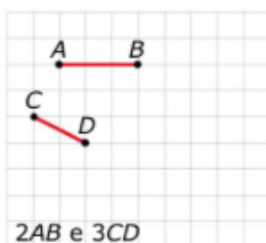
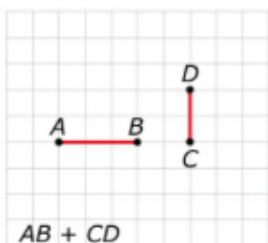
## CONGRUENZA E MISURA

### 1 Vero o falso?

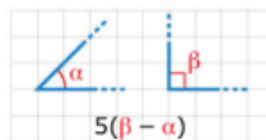
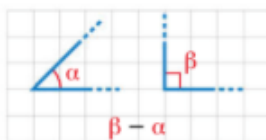
- due angoli adiacenti sono consecutivi
- due angoli adiacenti sono supplementari
- un angolo ottuso viene diviso dalla bisettrice in due angoli acuti
- due angoli opposti al vertice non possono essere retti
- due angoli supplementari sono adiacenti
- due angoli complementari non nulli sono necessariamente acuti

V F  
V F  
V F  
V F  
V F  
V F

### 2 Costruisci con riga e compasso i segmenti indicati in ciascuna delle seguenti figure.



### 3 Costruisci gli angoli indicati in ciascuna delle seguenti figure.



### 4 Completa la seguente tabella disegnando angoli che soddisfino le proprietà descritte.

Due angoli complementari opposti al vertice	Due angoli supplementari non adiacenti	Due angoli consecutivi, uno acuto e l'altro ottuso

5 Siano  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $DE$  quattro segmenti con  $AB$  adiacente a  $BC$ ,  $BC$  adiacente a  $CD$  e  $CD$  adiacente a  $DE$ , tali che  $AD \cong BE$  e  $C$  è il punto medio di  $BD$ . Dimostra che  $AB \cong DE$  e  $AC \cong CE$ .

6 Siano  $\widehat{aOb}$ ,  $\widehat{bOc}$  e  $\widehat{cOd}$  tre angoli con  $\widehat{bOc}$  adiacente ad  $\widehat{aOb}$  e  $\widehat{cOd}$  adiacente a  $\widehat{bOc}$ . Sia  $r$  la bisettrice dell'angolo  $\widehat{aOb}$  ed  $s$  la bisettrice dell'angolo  $\widehat{cOd}$ . Dimostra che  $\widehat{rOc} \cong \widehat{bOs}$ .

7 L'angolo  $\alpha$  è  $\frac{2}{3}$  di un angolo piatto e l'angolo  $\beta$  è  $\frac{1}{4}$  di un angolo retto. Qual è l'ampiezza (in gradi) dell'angolo  $\alpha + \beta$ ? E dell'angolo  $\alpha - \beta$ ? [142,5°; 97,5°]



## CONGRUENZA NEI TRIANGOLI

**1** Dato un triangolo  $ABC$ , sia  $AP$  la bisettrice di  $\hat{B}\hat{A}\hat{C}$ . Siano  $Q$  ed  $R$ , rispettivamente, i punti appartenenti ad  $AB$  e ad  $AC$ , tali che  $\hat{A}\hat{P}Q \cong \hat{A}\hat{P}R$ . Dimostra che  $AQ \cong AR$ .

**2** Dato un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $BC$ , prolunga  $AB$ , dalla parte di  $A$ , di un segmento  $AE$ , e  $AC$ , dalla parte di  $A$ , di un segmento  $AD$ , in modo che  $AD \cong AE$ . Dimostra che  $BD \cong EC$ .

**3** Dato un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , disegna, esternamente al triangolo  $ABC$ , un triangolo  $ABD$ , isoscele sulla base  $AB$ . Considera un punto qualsiasi  $P$  sul segmento  $CD$  e dimostra che  $PA \cong PB$ .

**4** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Sul prolungamento di  $CA$  dalla parte di  $A$  considera un punto  $P$  e sul prolungamento di  $CB$  dalla parte di  $B$  un punto  $Q$ , in modo che  $AP \cong BQ$ . Dimostra che  $AQ \cong BP$ .

**5** Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo di ipotenusa  $BC$ . Prolunga il cateto  $AB$ , dalla parte di  $A$ , di un segmento  $AP \cong AB$  e l'ipotenusa  $BC$ , dalla parte di  $C$ , di un segmento  $CQ \cong BC$ . Dimostra che  $\hat{C}\hat{P}Q \cong \hat{P}\hat{Q}C$ .

**6** Dimostra che, in due triangoli congruenti, le due bisettrici relative a due angoli congruenti sono congruenti.

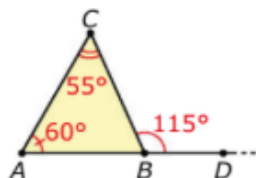
**7** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Indica con  $N$  ed  $M$ , rispettivamente i punti medi di  $AC$  e  $BC$ . Considera un punto  $P$  sull'altezza del triangolo relativa ad  $AB$  e dimostra che i due segmenti  $PN$  e  $PM$  sono congruenti.

**8** In un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , considera un punto  $P$  su  $AC$  e un punto  $Q$  su  $BC$ , in modo che  $CP \cong CQ$ . Detto  $R$  il punto d'intersezione di  $BP$  e di  $AQ$ , dimostra, nell'ordine che:

- a. il triangolo  $ABR$  è isoscele sulla base  $AB$ ;
- b. i triangoli  $ACR$  e  $BCR$  sono congruenti;
- c. la semiretta  $CR$  è la bisettrice di  $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$ .

**9** In un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ , traccia l'altezza  $CH$ . Considera un qualsiasi punto  $P$  su  $CH$  e dimostra che  $PA \cong PB$ .

**10** In riferimento alla figura, in cui il punto  $D$  appartiene al prolungamento di  $AB$ , rispondi alle seguenti domande.



- a. Qual è l'ampiezza di  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ ?
- b. Quale fra i tre lati del triangolo  $ABC$  ha lunghezza minima? Perché?
- c. Quale fra i tre lati del triangolo  $ABC$  ha lunghezza massima? Perché?

**11** Può esistere un triangolo i cui lati sono lunghi 10 cm, 12 cm e 15 cm? E un triangolo i cui lati sono lunghi 7 cm, 11 cm e 3 cm? Giustifica le tue risposte.

**12** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$  e  $P$  un punto interno a  $BC$ . Dimostra che  $PA > PB$ .