

## Compiti di matematica per le vacanze estive

Cari ragazzi,

vi elenco di seguito i compiti di matematica che dovrete svolgere durante l'estate; vi ricordo di concedervi almeno un mese di meritato riposo, ma prima o poi dovrete rimettervi al lavoro per tornare a scuola preparati ad affrontare il nuovo anno.

Vi invito a leggere il capitolo sulle equazioni e disequazioni irrazionali e a provare a fare qualche esercizio: una volta tornati a scuola riprenderemo l'argomento insieme, ma se vi portate avanti con lo studio sarà tutto più facile e veloce.

A inizio anno faremo una verifica relativa agli argomenti dell'anno precedente basata sugli esercizi che vi allego in PDF.

Ai DSA chiedo di rivedere tutte le mappe concettuali fatte durante l'anno e di conservarle per il prossimo anno scolastico.

Godetevi l'estate!!

Un caro saluto,

Prof. Garbarino

Verifica che il triangolo di vertici  $A(-2; -3)$ ,  $B(3; -\frac{1}{2})$ ,  $C(-8; 9)$  è rettangolo e poi verifica che la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa.

Verifica che il quadrilatero di vertici consecutivi  $I(-2; 3)$ ,  $L(1; -2)$ ,  $M(6; 1)$ ,  $N(3; 6)$  è un rettangolo.

Considerati i punti  $A(-2a; -1)$  e  $B(a-5; -1)$ , con  $a > 0$ , determina  $a$  in modo che la distanza  $\overline{AB}$  sia uguale a 7. Determina poi il punto  $C$ , di ascissa 5, tale che l'area del triangolo  $ABC$  misuri 35. [ $a = 4$ ;  $C_1(5; 9)$ ,  $C_2(5; -11)$ ]

Il quadrilatero di vertici  $A(2; 1)$ ,  $B(6; 5)$ ,  $C(4; 7)$ ,  $D(0; 3)$  è un rettangolo. Trova i punti medi di ciascun lato, congiungili e stabilisci di che quadrilatero si tratta. Calcolane poi perimetro e area. [ $4\sqrt{10}$ ; 8]

Dato il triangolo  $ABC$  con  $A(1; 1)$ ,  $B(7; 3)$  e  $C(3; 5)$ , stabilisci che esso è isoscele sulla base  $AB$ . Dopo aver determinato i punti medi  $M_1$  e  $M_2$  dei lati obliqui, verifica che il segmento  $M_1M_2$  è uguale alla metà di  $AB$ .

Dato il rombo di coordinate  $A(-2; -2)$ ,  $B(11; -2)$ ,  $C(16; 10)$ ,  $D(3; 10)$ , trova il perimetro. Determina poi i punti medi di  $AB$  e  $BC$  e calcola la lunghezza del segmento che li congiunge. [ $52$ ;  $3\sqrt{13}$ ]

Il quadrilatero di vertici  $A(-1; -3)$ ,  $B(3; -7)$ ,  $C(7; -3)$  e  $D$  è un quadrato. Determina le coordinate del punto  $D$  sapendo che il punto medio del segmento  $DC$  è  $M(5; -1)$ . Calcola poi perimetro e area del quadrato. [ $D(3; 1)$ ;  $16\sqrt{2}$ ; 32]

Del parallelogramma  $ABCD$  sono noti i vertici  $A(4; 8)$ ,  $B(5; 4)$ ,  $C(-1; -4)$ . Determina le coordinate del vertice  $D$ . [ $(-2; 0)$ ]

Se  $M(1; 1)$  è il punto di incontro delle diagonali di un quadrato  $ABCD$  di lato  $l = \sqrt{2}$ , determina le coordinate dei vertici del quadrato, sapendo che le diagonali sono perpendicolari agli assi coordinati. [ $A(1; 0)$ ,  $B(2; 1)$ ,  $C(1; 2)$ ,  $D(0; 1)$ ]

Considera i punti  $A(a+3; 1)$  e  $B(3; b)$ , con  $a$  e  $b$  numeri reali. Determina  $a$  e  $b$  in modo che la distanza  $\overline{AB}$  sia uguale a 1 e che il punto medio  $M$  del segmento  $AB$  sia situato sulla retta  $y = \frac{1}{2}$ . [ $a = b = 0$ ;  $A(3; 1)$ ,  $B(3; 0)$ ]

Del rombo  $ABCD$  sono noti i vertici  $A(1; 0)$ ,  $B(5; 3)$  e il punto di incontro delle diagonali  $M(1; 3)$ . Determina le coordinate degli altri vertici  $C$  e  $D$  e calcola il perimetro del rombo. [ $C(1; 6)$ ,  $D(-3; 3)$ ;  $2p = 20$ ]

Dati i punti  $A(3h+2; -3-2h)$  e  $B(6+h; -7-3h)$ , determina per quali valori di  $h \in \mathbb{R}$  il punto medio  $M$  di  $AB$  ha l'ascissa doppia dell'ordinata. [ $h = -2$ ]

Nel piano cartesiano  $xOy$  sono assegnati tre punti  $P(-1; 2)$ ,  $Q(2; 1)$  e  $R(m+1; 1-m)$ , con  $m \in \mathbb{R}$ :

- stabilisci per quale valore di  $m$  il punto  $R$  è punto medio di  $PQ$ ;
- calcola quale valore deve assumere  $m$  affinché il triangolo  $PQR$  risulti isoscele sulla base  $PQ$ .

$$\left[ \text{a) } m = -\frac{1}{2}; \text{ b) impossibile} \right]$$

Sia  $ABCD$  un rombo con  $A(-2; 0)$ ,  $C(2; 0)$  e  $D$  appartenente all'asse  $y$  di ordinata 4. Siano inoltre noti i punti medi dei lati  $AB$  e  $BC$ , rispettivamente  $M_1(-1; -2)$  e  $M_2(1; -2)$ .

Determina le coordinate del punto  $B$  e calcola l'area del rombo. Trova poi le coordinate dei punti medi  $M_3$  e  $M_4$  dei lati  $DC$  e  $AD$  e determina il perimetro del quadrilatero  $M_1M_2M_3M_4$ . Di che tipo di quadrilatero si tratta? Verifica inoltre che il perimetro del quadrilatero costruito è uguale alla somma delle diagonali del rombo. [ $B(0; -4)$ ; 16;  $M_3(1; 2)$ ,  $M_4(-1; 2)$ ; 12]

Disegna i grafici delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni.

$$y = 4x - 3$$

$$y = -3$$

$$x = -3$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = -x + 3$$

$$y = -1$$

$$y = -3x$$

$$y = -3x - 2$$

$$y = -5x + 7$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$y = 2x + 6$$

$$x = -5$$

$$y = -\frac{4}{5}x - 2$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$y = x + \frac{1}{4}$$

$$y = 2$$

$$y = -4x + 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

Per ogni retta assegnata stabilisci se i punti  $A$  e  $B$  le appartengono.

$$y = 2x - 1, \quad A\left(\frac{1}{2}; -3\right), \quad B(1; -1).$$

[no]

$$y = \frac{1}{5}x + 2, \quad A(-5; 3), \quad B(10; 4).$$

[A no; B sì]

$$2x - 6y + 3 = 0, \quad A\left(-\frac{3}{2}; 0\right), \quad B\left(-1; \frac{1}{6}\right).$$

[sì]

$$8x + 4y - 5 = 0, \quad A(1; -3), \quad B\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{4}\right).$$

[no]

Nella retta  $y = 1 - x$  determina il punto  $A$  di ascissa  $-1$  e il punto  $B$  di ordinata  $7$ .  $[A(-1; 2), B(-6; 7)]$

Determina nella retta di equazione  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$  il punto  $A$  di ascissa  $-2$  e il punto  $B$  di ordinata  $\frac{2}{3}$ .

$$\left[A\left(-2; \frac{5}{3}\right), B\left(0; \frac{2}{3}\right)\right]$$

Determina per ciascuna delle rette di equazioni  $x - 4y + 7 = 0$ ,  $2x + 6y - 7 = 0$  e  $2y - x - 4 = 0$  il relativo punto di ordinata  $\frac{3}{2}$ .

$$\left[\left(-1; \frac{3}{2}\right) \text{ per ciascuna delle rette}\right]$$

Trova la distanza tra i punti  $A$  e  $B$  della retta di equazione  $x - 2y + 3 = 0$ , sapendo che  $x_A = 7$  e  $y_B = 1$ .  $[4\sqrt{5}]$

Il punto  $P$  della retta di equazione  $y = 3x - 1$  ha ordinata  $5$ . Calcola la sua distanza dall'origine  $O$ .  $[\sqrt{29}]$

Trova per quale valore di  $k$  la retta di equazione  $y = 4x + k$  passa per il punto  $P(2; 5)$ .  $[-3]$

Determina  $k$  in modo che la retta di equazione  $2kx + y - k + 1 = 0$  passi per il punto  $A(-2; -3)$ .  $\left[-\frac{2}{5}\right]$



Determina per quale valore di  $a$  le due rette di equazioni

$$2y + 4x - 3 = 0 \quad \text{e} \quad (3 + a)x + ay + 1 = 0$$

risultano perpendicolari. [ $a = -2$ ]

Stabilisci se la retta che passa per i punti  $A(2; -7)$  e  $B(-1; 5)$  è parallela alla retta di equazione  $y = -4x$ . [sì]

Determina per quali valori di  $k$  la retta di equazione  $kx + (k + 1)y + 2 = 0$  risulta rispettivamente:

- a) parallela all'asse  $x$ ;
- b) parallela all'asse  $y$ ;
- c) parallela alla retta di equazione  $x - 2y = 0$ ;
- d) perpendicolare alla retta di equazione  $4x - 2y + 1 = 0$ .

$$\left[ \text{a) } k = 0; \text{ b) } k = -1; \text{ c) } k = -\frac{1}{3}; \text{ d) } k = 1 \right]$$

Determina per quali valori di  $a$  la retta di equazione  $(a + 1)x + (2a - 3)y + 2a = 0$  risulta rispettivamente:

- a) parallela alla retta  $3x - 1 = 0$ ;
- b) parallela alla retta  $2y + 5 = 0$ ;
- c) perpendicolare alla retta  $9x - 3y + 1 = 0$ ;
- d) parallela alla retta  $y = -x + 2$ ;
- e) parallela alla retta  $y = 2$ ;
- f) perpendicolare alla retta  $y = -1$ ;
- g) perpendicolare alla retta  $y = -\frac{1}{5}x - 2$ .

$$\left[ \text{a) } a = \frac{3}{2}; \text{ b) } a = -1; \text{ c) } a = -6; \text{ d) } a = 4; \right. \\ \left. \text{e) } a = -1; \text{ f) } a = \frac{3}{2}; \text{ g) } a = \frac{14}{11} \right]$$

Dati i punti  $A(2; 3k)$ ,  $B(6; 1)$ ,  $C(8; 2)$ , determina per quale valore di  $k$  il segmento  $AB$  è perpendicolare al segmento  $BC$ . Per tale valore di  $k$ , trova l'area del triangolo  $ABC$ . [3; 10]

Scrivi l'equazione della retta che è perpendicolare alla retta passante per  $A(-2; -5)$  e  $B(3; 1)$  e che passa per il punto  $C(2; -3)$ .

$$[5x + 6y + 8 = 0]$$

Fra le rette parallele alla retta  $r$  di equazione  $x + 2y - 10 = 0$ , determina quella che passa per il punto  $P(4; -3)$ .

$$[x + 2y + 2 = 0]$$

Scrivi l'equazione della retta passante per i punti  $A(-2; -2)$  e  $B(6; 10)$ . Determina su tale retta un punto  $C$  la cui ascissa è la metà dell'ordinata.

$$[3x - 2y + 2 = 0; C(2; 4)]$$

Fra le rette perpendicolari alla retta  $s$  di equazione  $3x - 6y + 1 = 0$ , determina:

a) la retta  $a$  che passa per il punto  $A(1; 3)$ ;

b) la retta  $b$  che passa per l'origine.

$$[a) 2x + y - 5 = 0; b) 2x + y = 0]$$

Fra le rette passanti per il punto  $P(1; 3)$ , determina:

a) l'equazione della retta che interseca l'asse  $x$  nel punto  $A(2; 0)$ ;

b) l'equazione della retta che interseca l'asse  $y$  nel punto  $B(0; -1)$ .

$$[a) y = -3x + 6; b) y = 4x - 1]$$

Fra le rette passanti per il punto  $Q(-2; 5)$ , determina l'equazione della retta parallela alla retta passante per i punti  $A(-1; 0)$  e  $B(2; -4)$ .

$$\left[ y = -\frac{4}{3}x + \frac{7}{3} \right]$$

Scrivi l'equazione della retta  $r$  passante per  $A(-3; 0)$  e  $B(1; 2)$ . Determina l'equazione della retta parallela a  $r$  passante per  $C(1; -4)$  e della retta perpendicolare a  $r$  passante per  $D(6; 1)$ .

$$[x - 2y + 3 = 0; x - 2y - 9 = 0; 2x + y - 13 = 0]$$



Scrivi le equazioni delle rette dei lati del triangolo di vertici  $A(-3; 1)$ ,  $B(4; -1)$ ,  $C(4; 6)$  e determina la sua area.

$$\left[ 2x + 7y - 1 = 0; x = 4; 5x - 7y + 22 = 0; \frac{49}{2} \right]$$

Il triangolo isoscele  $ABC$  ha la base  $AB$  di estremi  $A(-2; -1)$  e  $B(6; 3)$  e il vertice  $C$  sull'asse  $y$ . Trova l'ordinata di  $C$  e l'area del triangolo.

$$[y_C = 5; 20]$$

Verifica che il quadrilatero di vertici  $A(1; 1)$ ,  $B(5; 4)$ ,  $C(2; 8)$ ,  $D(-2; 5)$  è un quadrato e trova le equazioni delle sue diagonali.

$$[7x - y - 6 = 0; x + 7y - 33 = 0]$$

Scrivi l'equazione della retta  $r$  passante per i punti  $A(0; -\frac{1}{2})$  e  $B(\frac{3}{4}; \frac{1}{2})$ . Calcola le distanze di questi punti dalla retta  $s$  di equazione  $4x - 3y + 2 = 0$ . Come sono tra loro le rette  $r$  e  $s$ ?

$$\left[ 8x - 6y - 3 = 0; \frac{7}{10}; \text{parallele} \right]$$

Considera il fascio di equazione:

$$kx + (k - 3)y - k = 0, \text{ con } k \in \mathbb{R}.$$

Esistono punti in comune fra due rette del fascio? Perché?

Verifica che nel triangolo di vertici  $A(-2; 2)$ ,  $B(4; 3)$ ,  $C(1; 7)$  il segmento che unisce i punti medi di due lati è parallelo al terzo lato e congruente a metà di questo.

Determina l'equazione della retta parallela a  $3x - 2y + 5 = 0$  e passante per il punto medio del segmento di estremi  $A(3; 7)$  e  $B(-1; -3)$ .

$$[3x - 2y + 1 = 0]$$

Dato il quadrilatero  $ABCD$  di vertici  $A(-1; 0)$ ,

$B(0; -1)$ ,  $C(\frac{1}{3}; 0)$ ,  $D(0; 3)$ , verifica che si tratta di un trapezio e determina la misura dell'altezza.

$$\left[ \frac{4}{\sqrt{10}} \right]$$

Disegna sul piano cartesiano la retta passante per l'origine degli assi e per  $A(3; 2)$ . Calcola poi la distanza del punto  $P(5; -1)$  da tale retta.  $[\sqrt{13}]$

Determina l'equazione della retta  $r$  passante

per i punti  $A(-\frac{1}{2}; -3)$  e  $B(2; \frac{9}{2})$  e data la

retta  $s$  di equazione  $2kx - (k - 1)y + 4(k - 1) = 0$ :

a) trova per quale valore di  $k$  le due rette sono parallele;

b) calcola la distanza tra le due rette.

Determina l'equazione della retta  $r$  passante per  $P(1; 3)$  e avente per coefficiente angolare  $m = 2$ ; calcola la misura dell'area del triangolo individuato dalla retta e dagli assi cartesiani.

$$\left[ 2x - y - 1 = 0; \text{area} = \frac{1}{4} \right]$$

Determina l'equazione della retta passante per  $A(-5; 2)$  e  $B(3; 2)$ . Dopo aver verificato se il punto  $P(5; -3)$  appartiene a tale retta, calcola la sua distanza dal punto  $A$ .

$$[y = 2; \sqrt{125}]$$

Dopo aver determinato l'equazione della retta  $r$  passante per  $A(2; -3)$  e  $B(1; 4)$ , trova le coordinate del punto  $P$  appartenente a essa di ascissa 3. Determina poi l'equazione della retta  $s$  passante per  $P$  e perpendicolare alla retta  $r$ .

$$[7x + y - 11 = 0; P(3; -10); x - 7y - 73 = 0]$$

Disegna sul piano cartesiano la retta  $r$  di equazione  $y = 2x - 3$ . Determina le coordinate del suo punto di intersezione  $A$  con l'asse delle ordinate. Trova le equazioni delle rette  $s$  e  $t$  passanti per  $A$ , con  $s$  perpendicolare a  $r$  e  $t$  parallela all'asse  $x$ .

$$[A(0; -3); x + 2y + 6 = 0; y + 3 = 0]$$

Dato il triangolo di vertici  $A(-1; 2)$ ,  $B(-9; 2)$ ,  $C(-5; -1)$ , verifica che è un triangolo isoscele e determina il suo perimetro, l'area e le coordinate del baricentro. (Suggerimento. Il baricentro è il punto d'incontro delle mediane e divide ogni mediana in due parti tali che una è doppia dell'altra.)

$$[18; 12; (-5; 1)]$$

Determina l'equazione della retta parallela alla bisettrice del II e IV quadrante passante per  $A(3; 1)$ . Rappresenta poi la retta sul piano cartesiano determinando i punti  $B$  e  $C$  in cui interseca rispettivamente l'asse delle ascisse e l'asse delle ordinate. Calcola area e perimetro del triangolo  $BOC$ .

$$[x + y - 4 = 0; B(4; 0); C(0; 4); \text{area} = 8; \text{perimetro} = 8 + 4\sqrt{2}]$$



Tra le rette del fascio di centro  $M(6; -1)$  determina l'equazione della retta:

- passante per l'origine;
- parallela all'asse  $x$ ;
- passante per  $P(2; -5)$ ;
- parallela alla retta che passa per  $A(-1; 2)$  e  $B(4; 3)$ .

$$[a) y = -\frac{1}{6}x; b) y = -1; c) y = x - 7; d) y = \frac{1}{5}x - \frac{11}{5}]$$

Trova per quale valore di  $k$  le rette  $r$  e  $s$  di equazione, rispettivamente,  $(k+1)x - 3y + 2 = 0$  e

$$y = \frac{4x+1}{3} \text{ sono:}$$

- parallele;
- perpendicolari.

Determina per quale valore di  $k$  la retta  $r$  passa per il punto di ascissa 5 della retta  $s$ .

$$[a) 3; b) -\frac{13}{4}; \frac{14}{5}]$$

Dato il fascio di rette di equazione:

$$2kx + 2y + 6 - k = 0,$$

determina  $k$  in modo che:

- la retta passi per  $P(-\frac{3}{2}; 2)$ ;
- la retta sia parallela all'asse  $x$ ;
- la retta sia perpendicolare all'asse  $x$ ;
- la retta sia parallela alla retta  $AB$ , con

$$A(1; \frac{2}{3}) \text{ e } B(-\frac{1}{2}; \frac{5}{3}).$$

$$[a) k = \frac{5}{2}; b) k = 0; c) \text{impossibile}; d) k = \frac{2}{3}]$$

Scrivi l'equazione della retta  $AB$  con  $A(-1; -3)$  e  $B(5; 6)$ .

Determina le coordinate di un punto  $P$  appartenente alla retta  $AB$ , avente l'ascissa uguale all'ordinata e l'equazione della retta  $r$  per  $P$  e perpendicolare ad  $AB$ .

$$[3x - 2y - 3 = 0; P(3; 3); r: 2x + 3y - 15 = 0]$$

È dato il triangolo di vertici  $A(10; -11)$ ,  $B(3; 13)$ ,  $C(-6; 1)$ .

- Trova il perimetro.
- Verifica se il triangolo è rettangolo.
- Considera i punti medi  $M$  e  $N$  dei lati  $AC$  e  $CB$  e verifica che il segmento  $MN$  è metà del lato  $AB$ .
- Verifica che le rette  $MN$  e  $AB$  sono parallele.

$$[a) 60]$$

Dato il quadrilatero di vertici  $A(-1; 0)$ ,  $B(0; -3)$ ,  $C(6; -1)$ ,  $D(1; 4)$ , verifica che il poligono che si ottiene congiungendo i punti medi dei suoi lati è un parallelogramma.

Tra le rette parallele a quella di equazione  $6x - 8y + 1 = 0$  trova quella che:

- passa per  $A(2; 0)$ ;
- ha distanza dall'origine uguale a 3;
- ha ordinata all'origine uguale a 3;
- passa per il punto di ascissa 5 della retta di equazione  $x - 2y + 3 = 0$ .

$$[a) 3x - 4y - 6 = 0; b) 3x - 4y + 15 = 0, 3x - 4y - 15 = 0; c) 3x - 4y + 12 = 0; d) 3x - 4y + 1 = 0]$$

Scrivi l'equazione della retta  $AB$  con  $A(-3; -7)$  e  $B(1; 5)$ .

Determina le coordinate di un punto  $P$  appartenente alla retta  $AB$  e avente l'ordinata doppia dell'ascissa. Determina il punto  $Q$  di intersezione della retta  $AB$  con l'asse  $x$  e l'equazione della retta  $r$  condotta per  $Q$  e perpendicolare ad  $AB$ .

$$[3x - y + 2 = 0; P(-2; -4); Q(-\frac{2}{3}; 0); r: 3x + 9y + 2 = 0]$$

Determina l'equazione della retta  $p$  condotta per  $P(3; 2)$  e parallela alla retta  $AB$  con  $A(-2; 4)$  e  $B(-2; -3)$ . Detti  $S$  il punto di intersezione della retta  $BP$  con l'asse  $x$  e  $K$  il piede della perpendicolare condotta da  $A$  alla retta  $p$ , calcola l'area del trapezio  $ABPK$  e l'area dei triangoli  $ABS$  e  $APS$ .

$$[x = 3; \text{area}_{ABPK} = \frac{45}{2}; \text{area}_{ABS} = \frac{21}{2}; \text{area}_{APS} = 7]$$

Scrivi l'equazione della retta  $p$  condotta per  $P(4; -1)$  e parallela alla retta  $AB$  con  $A(-2; 2)$  e  $B(7; 2)$ . Detti  $R$  il punto di intersezione della retta  $AP$  con l'asse  $y$  e  $H$  il piede della perpendicolare condotta da  $B$  alla retta  $p$ , determina l'area del trapezio  $ABHP$  e l'area dei triangoli  $ABR$  e  $BRP$ .

$$[y = -1, \text{area}_{ABHP} = 18; \text{area}_{ABR} = \frac{9}{2}; \text{area}_{BRP} = 9]$$



Trova le coordinate dei vertici del triangolo individuato dalle rette di equazioni  $x - 3y - 13 = 0$ ,  $4x - y - 8 = 0$ ,  $3x + 2y - 17 = 0$  e calcolane l'area.  $[(3; 4), (1; -4), (7; -2); \text{area} = 22]$

Trova perimetro e area del triangolo individuato dalle rette di equazione  $y + 2 = 0$ ,  $3x - 4y + 11 = 0$ ,  $3x + 4y - 19 = 0$ , verificando che è un triangolo isoscele.  $[\text{perimetro} = 18; \text{area} = 12]$

Scrivi l'equazione della retta  $r$  passante per  $P(0; 4)$  e parallela alla retta  $2x - y + 1 = 0$ , e calcola l'area del quadrilatero limitato dalle due rette e dagli assi cartesiani.

$$\left[ 2x - y + 4 = 0; \text{area} = \frac{15}{4} \right]$$

Date le rette  $y - x = 0$ ,  $x + y - 3 = 0$ ,  $x - 4y - 3 = 0$ , verifica che esse determinano un triangolo rettangolo. Calcola poi l'area del triangolo e le coordinate del circocentro  $D$ .

$$\left[ \text{area} = \frac{15}{4}; D\left(1; -\frac{1}{2}\right) \right]$$

Determina per quale valore di  $k$  le rette  $(k + 1)x + y - 4 = 0$  e  $kx + (k - 1)y + 2 = 0$  si intersecano sull'asse delle ordinate.

$$\left[ k = \frac{1}{2} \right]$$

Determina per quale valore di  $k$  le rette

$(k - 2)x + ky - 1 = 0$  e  $2x - ky + 2 = 0$  si incontrano sull'asse delle ascisse.  $[k = 1]$

Di un parallelogramma  $ABCD$  sono noti l'equazione del lato  $AB$ ,  $y = -3x + 6$ , il vertice  $C(-1; 1)$ , l'ascissa  $-4$  del vertice  $D$  e l'ascissa  $-6$  del vertice  $A$ .

Determina le coordinate mancanti dei vertici  $A, B, D$ .  $[A(-6; 24); B(-3; 15); D(-4; 10)]$

Sono dati i punti  $A(-1; 3)$  e  $B(3; 1)$ , e  $M$  è il loro punto medio.

- Determina l'equazione dell'asse del segmento  $AB$  e verifica che tale retta passa per l'origine degli assi.
- Conduci da  $B$  la retta  $r$  parallela a  $OM$  e da  $O$  la retta  $s$  parallela ad  $AB$ , e trova le loro equazioni.
- Detto  $D$  il punto di intersezione di  $r$  e  $s$ , stabilisci la natura del quadrilatero  $ABDO$  e calcolane l'area.

$$\left[ \begin{array}{l} \text{a) } y = 2x; \text{ b) } r: y = 2x - 5, s: y = -\frac{1}{2}x; \\ \text{c) } D(2; -1); \text{ area} = \frac{15}{2} \end{array} \right]$$

$$\begin{cases} \frac{2(1-2x)}{6-3y} = -1 \\ x+y=3 \end{cases} \quad [(-1; 4)]$$

$$\begin{cases} \frac{1}{xy} = \frac{1}{x} - \frac{2}{y} \\ \frac{x+2}{x} = \frac{y+2}{y} + \frac{3}{xy} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{2}; 2\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{14}{x} - \frac{10}{y} = \frac{13}{2x} + \frac{25}{2xy} \\ y-3x=0 \end{cases} \quad [(1; 3)]$$

$$\begin{cases} \frac{y(2x+1)}{x-1} - 3y = \frac{x(2-y)}{x-1} \\ 2y\left(1 - \frac{x}{2}\right) = -x\left(y - \frac{4}{x}\right) \end{cases} \quad [(4; 2)]$$

$$\begin{cases} \frac{y+1}{6-4x} - \frac{1-2x}{2x-3} = \frac{x-y}{12-8x} \\ x-y = \frac{4}{3} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{3}; -1\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{y+x^2}{x-3} - 2x = \frac{x^2+3x+9}{3-x} \\ -y+9=3x \end{cases} \quad [(-3; 18)]$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{x+4} = \frac{1}{y-1} \\ \frac{1}{3y+1} - \frac{1}{5x} = 0 \end{cases} \quad [(-1; -2)]$$

$$\begin{cases} 3x - y(1-2x) = 2(1+xy) \\ (x-1)\left(-\frac{1}{y}\right) = \frac{2x+3}{y} - 3 \end{cases} \quad \left[\left(\frac{4}{3}; 2\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{x}{xy-2y} = \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x-2} \\ y-x = -1 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} \frac{2x-y}{y+2} = 3 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = 2 \end{cases} \quad [(15; 6)]$$

$$\begin{cases} \frac{y}{x^2-4} = \frac{1+y}{x^2-4x+4} \\ y+x=4(1+x) \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{18}{13}; -\frac{2}{13}\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{y} = \frac{1}{4} \\ 2x+y = -1 \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{2}; -2\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{2-x}{3x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} \end{cases} \quad \left[\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{-} + 3 = \frac{4x-2}{2} - 2x \\ 3x-2y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} \frac{\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}}{y} + \frac{9}{10} = \frac{\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}}{y} \\ 2(x+y) = 3 \end{cases} \quad \left[\left(2; -\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{2x-8y}{x-2} = \frac{6x+1}{3(x-2)} + \frac{2(4y-1)}{2-x} \\ \frac{3x}{y-1} - 1 = -\frac{6}{1-y} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} \frac{2+x}{1+x} - \frac{x+1}{y} = 1 - \frac{x^2}{y+xy} \\ x=1+y \end{cases} \quad [(-2; -3)]$$

$$\begin{cases} \frac{3x-2}{2y-3} - \frac{3x-5}{2y+3} = \frac{54}{9-4y^2} \\ \frac{2y-1}{2y-1} - \frac{6y-7}{3x-1} = \frac{8}{x-3x^2} \end{cases} \quad \left[\left(-2; \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3y+2} = \frac{2x-5}{3y-2} \\ \frac{3y-4}{4x-1} = \frac{3y-10}{4x} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} \frac{2y-1}{x} = \frac{1+2x}{3x} \\ \frac{4}{x+y} = \frac{2}{3} \end{cases} \quad [(4; 2)]$$



Risolvi e discuti i seguenti sistemi letterali nelle incognite  $x$  e  $y$  al variare del parametro in  $\mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} 3x - y = 6a - 1 \\ x + 2y = 2(a + 1) \end{cases} \quad [(2a; 1)]$$

$$\begin{cases} 2x - 3ay = -10a \\ x - 3y = a - 12 \end{cases} \quad [a \neq 2, (a; 4); a = 2, \text{indet.}]$$

$$\begin{cases} x + y = 3a \\ 2x + 4y = 0 \end{cases} \quad [(6a; -3a)]$$

$$\begin{cases} 3ax + 4y = -4a \\ 2ax - 4y = 24a \end{cases} \quad [a \neq 0, (4; -4a); a = 0, \text{indet.}]$$

$$\begin{cases} 3ax + 5ay + 2a = -a \\ x + y = 3 \end{cases} \quad [a \neq 0, (9; -6); a = 0, \text{indet.}]$$

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x + 5y = -7a \end{cases} \quad [(a; -2a)]$$

$$\begin{cases} ax + y + 1 = a - x \\ x - ay + y = a - 1 \end{cases} \quad \left[ a \neq 0, \left( \frac{a-1}{a}; \frac{1-a}{a} \right); a = 0, \text{indet.} \right]$$

$$\begin{cases} x + 4y = a \\ x + 3y = 2a \end{cases} \quad [(5a; -a)]$$

$$\begin{cases} (x - y)(1 + x) - x^2 + x = a + b - xy \\ x - y = b \end{cases} \quad [(a; a - b)]$$

$$\begin{cases} ax + ay = a \\ ax + (a + 1)y = 2a \end{cases} \quad [a \neq 0, (1 - a; a); a = 0, \text{indet.}]$$

$$\begin{cases} (x + 1)^2 - x^2 - y = 2a \\ (y + x)(1 - a) + ay - 2x = 1 + a(1 - x) \end{cases} \quad [(3a; 4a + 1)]$$

$$\begin{cases} x + 3y = a \\ x - y = 5 \end{cases} \quad \left[ \left( \frac{a+15}{4}; \frac{a-5}{4} \right) \right]$$

$$\begin{cases} ax + y = 5 \\ (a + 2)x - 3y = a \end{cases} \quad \left[ a \neq -\frac{1}{2}, \left( \frac{15+a}{4a+2}; -\frac{a^2-5a-10}{4a+2} \right); a = -\frac{1}{2}, \text{imp.} \right]$$

$$\begin{cases} bx + b - by = 4b \\ 2bx - b + by = 0 \end{cases} \quad \left[ b \neq 0, \left( \frac{4}{3}; -\frac{5}{3} \right); b = 0, \text{indet.} \right]$$

$$\begin{cases} k(x + y) - (x - y + 5) = k \\ kx + 2ky + k = 15 \end{cases}$$

$$\left[ k \neq 3 \wedge k \neq 0, \left( \frac{3k+5}{k}; \frac{5-2k}{k} \right); k = 3, \text{indet.}; k = 0, \text{imp.} \right]$$

$$\begin{cases} a(x - 1) + 2x + y = 7 \\ a(-2x - 1) = 3y + 3 \end{cases}$$

$$[a = -6, \text{indet.}; a \neq -6, (4; -3a - 1)]$$

$$\begin{cases} 2x - y = 1 - ay \\ 3(a - 2)y = x + a - 7 \end{cases}$$

$$\left[ a = \frac{13}{7}, \text{imp.}; a \neq \frac{13}{7}, \left( \frac{a^2 - 11a + 13}{13 - 7a}; \frac{2a - 13}{7a - 13} \right) \right]$$

Risolvi i seguenti sistemi. Quando necessario, discuti i sistemi al variare del parametro in  $\mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ 4x + 2y - z = 5 \end{cases}$$

$[(1; 1; 1)]$

$$\begin{cases} 2(x - y) + 3(z + 2) = 24 \\ 5x - y = z + 3 \\ 4(y + 3x) + 4 = 2z \end{cases}$$

$[(1; -2; 4)]$

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 1 \\ x + y + 4z = 4 \\ x + 2y = 41 \end{cases}$$

$[(-17; 29; -2)]$

$$\begin{cases} 3(z - x) = y + 3(x - 3) \\ 2(x + y) - 3 = z \\ 5x - 4(y + z + 1) = -4 \end{cases}$$

$[(4; 0; 5)]$

$$\begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + y = 3 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

$[(3; 0; -3)]$

$$\begin{cases} 2(x - 2y + z) = 5x + 1 \\ 3x - 4y = 1 - 4z \\ 5 - 3x + 2y = 2(y + z) + 2 \end{cases}$$

$[(-1; 2; 3)]$

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ 3x + 2y + 4z = -3 \end{cases}$$

$[(1; -1; -1)]$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 3x + 4y + 6z = 3 \\ 10x + 5y - 3z = -4 \end{cases}$$

$\left[ \left( 1; -2; \frac{4}{3} \right) \right]$

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ x - z = 4 \\ y = z - 1 \end{cases}$$

[impossibile]

$$\begin{cases} 3x + y + z = 3 \\ 6x - 2y + z = 1 \\ 3x + 3y + 3z = 7 \end{cases}$$

$\left[ \left( \frac{1}{3}; 1; 1 \right) \right]$

$$\begin{cases} x = z + 3 \\ y = x \\ y - z = 3 \end{cases}$$

[indeterminato]

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 4x - 5y + 2z = -2 \\ 2x + 3y - 2z = 3 \end{cases}$$

$\left[ \left( \frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2} \right) \right]$

$$\begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y + \frac{z}{2} + 1 = 0 \\ 2x = -z \end{cases}$$

$[(-1; -2; 2)]$

$$\begin{cases} 3x - y = 10 - 2z \\ 4z - y = 17 - 6x \\ x - 2z = -5 - 2y \end{cases}$$

$\left[ \left( 2; -3; \frac{1}{2} \right) \right]$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y - 3z = 2 \\ 4x = 6z - 2y + 1 \end{cases}$$

[impossibile]

$$\begin{cases} -x + y - z = 1 \\ 10x - 5y + 10z = -3 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

$\left[ \left( \frac{1}{5}; \frac{7}{5}; \frac{1}{5} \right) \right]$

$$\begin{cases} x = \frac{13 - 3y}{2} \\ 3y = z + 1 \\ 2x + 4y + z = 16 \end{cases}$$

$[(5; 1; 2)]$

$$\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - \frac{y}{2} = \frac{z + 2}{3} \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{2y - 1}{4} + \frac{z}{2} \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y - \frac{1}{6}z = 1 \end{cases}$$

$[(1; -2; 2)]$

$$\begin{cases} y + \frac{x - 2z}{3} = 2 \\ x - 3y = 2z - 6 \\ \frac{z - y + 2x}{3} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$\left[ \left( -1; 2; -\frac{1}{2} \right) \right]$

$$\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - \frac{y - 2z}{2} = \frac{z - 3}{3} \\ \frac{4x - y}{2} - \frac{1 - z}{4} = \frac{4y - 7z}{4} \\ \frac{y - 2}{3} = \frac{z + 2x}{2} \end{cases}$$

[impossibile]



10 sacchi di frumento e 8 di mais pesano 1646 kg;  
30 sacchi di frumento e 12 di mais, rispettivamente uguali ai precedenti, pesano 3894 kg.  
Quanto pesa ciascun sacco di frumento e ciascun sacco di mais?  
[95 kg; 87 kg]

Un bibliotecario vuole disporre in ordine dei libri di storia sugli scaffali di una libreria. Se mette 8 libri su ogni scaffale, ne rimane vuoto uno; se invece mette 6 libri su ogni scaffale, riempie la libreria ma gli restano fuori 2 libri. Quanti libri deve sistemare il bibliotecario?  
[32]

In un numero di due cifre la differenza tra la cifra delle decine e quella delle unità è 4. Dividendo la cifra delle decine aumentata di 3 per la cifra delle unità, si ottiene per quoziente 4 e resto 1. Trova il numero.  
[62]

Determina due numeri naturali, sapendo che la loro somma divisa per la loro differenza dà per quoziente 3 e resto 4 e che la somma di  $\frac{1}{6}$  del maggiore e di  $\frac{2}{5}$  del minore vale 7.  
[18; 10]

Sommando ai  $\frac{5}{6}$  della somma di due numeri i  $\frac{3}{4}$  della loro differenza, si ottiene 37. Sapendo che sommando i  $\frac{3}{7}$  del minore al maggiore si ottiene 26, determina i due numeri naturali.  
[7; 23]

Il rapporto tra la differenza di due numeri e la somma aumentata di 6 è  $\frac{1}{3}$ . Aggiungendo 3 al numero minore e togliendo 6 al maggiore, si ottiene lo stesso risultato. Determina i due numeri.  
[6; 15]

Due numeri naturali sono rispettivamente proporzionali ai numeri 3 e 5 secondo uno stesso fattore di proporzionalità. Aggiungendo 2 al minore e togliendo 5 al maggiore, si ottengono due numeri il cui rapporto è  $\frac{7}{10}$ . Trova i due numeri.  
[33; 55]

La differenza delle età di due fratelli vale la metà dell'età del minore, la loro somma vale i  $\frac{5}{3}$  dell'età del maggiore. Determina le due età.  
[indeterminato]

In un numero di due cifre la cifra delle decine è doppia di quella delle unità. Scambiando le due cifre si ottiene un nuovo numero che è minore del primo di 36. Determina il numero di partenza. (Suggerimento. Se  $x$  è la cifra delle decine e  $y$  quella delle unità, il numero è  $10 \cdot x + y$ .)  
[84]

Determina una frazione, sapendo che il denominatore è il doppio del numeratore aumentato di 1 e che, diminuendo di 1 il numeratore e aumentando di 1 il denominatore, si ottiene la frazione  $\frac{5}{11}$ .  
ne  $\frac{1}{3}$ .

In un negozio di alimentari vi sono 23 confezioni di cioccolatini. Alcune contengono 3 cioccolatini e altre 10. Sapendo che complessivamente le confezioni contengono 111 cioccolatini, calcola quante sono le confezioni da 3 cioccolatini e quante quelle da 10.  
[17; 6]

In una prima elementare sono iscritti 18 alunni. Sapendo che alcuni di questi hanno 5 anni e altri 6, e che l'età complessiva degli iscritti è di 100 anni, calcola quanti sono i bambini di 5 anni e quanti di 6.  
[8; 10]

Un'agenzia immobiliare vende per conto di un cliente due appartamenti per complessivi € 400 000. A quanto è stato venduto ciascuno dei due appartamenti sapendo che per il primo sono stati spesi in più i  $\frac{2}{9}$  del prezzo del secondo?  
[€ 220 000, € 180 000]

In un numero di due cifre la somma delle cifre è 11. Dividendo il numero per la cifra delle decine, si ottiene per quoziente 14 e resto 1. Trova il numero.  
[29]

L'età di una madre supera di 5 il quintuplo dell'età del figlio. Tra 7 anni l'età della madre sommata a quella del figlio darà per risultato 55. Trova le due età.  
[35; 6]

In una fabbrica ci sono 2 macchine, la prima produce 10 pezzi all'ora, la seconda 7 pezzi all'ora. Le due macchine hanno prodotto in tutto 191 pezzi, lavorando complessivamente 23 ore. Determina il numero dei pezzi prodotti dall'una e dall'altra macchina.  
[100; 91]

Risolvi i seguenti sistemi con il metodo di riduzione, dopo aver stabilito, per ciascuno, se è determinato, indeterminato o impossibile.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 3y = 8 \end{cases} \quad [(5; 1)]$$

$$\begin{cases} 3x - 4 = 5y \\ 2y + x = 1 \end{cases} \quad \left[ \left( \frac{13}{11}; -\frac{1}{11} \right) \right]$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 4x - 2y = -3 \end{cases} \quad \left[ \left( -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{5}{3} \\ \frac{3}{2}x - \frac{3}{8}y = 1 \end{cases} \quad \left[ \left( -\frac{1}{3}; -4 \right) \right]$$

$$\begin{cases} y = 6 - 3x \\ y - 2x = -4 \end{cases} \quad [(2; 0)]$$

$$\begin{cases} 3x - 8y = -12 \\ \frac{1}{2}x + 4y = -3 \end{cases} \quad \left[ \left( -\frac{9}{2}; -\frac{3}{16} \right) \right]$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 7x - y = 1 \end{cases} \quad \left[ \left( -\frac{2}{5}; -\frac{19}{5} \right) \right]$$

$$\begin{cases} (x+2)^2 - 1 = x^2 - 5y \\ 4x - 1 = -y \end{cases} \quad \left[ \left( \frac{1}{2}; -1 \right) \right]$$

$$\begin{cases} x = 4y + 1 \\ 4x - 16y = 3 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} x(x+y) - 3 = x + x^2 + xy - 2y \\ 3(x-y) + 2 = 0 \end{cases} \quad \left[ \left( \frac{5}{3}; \frac{7}{3} \right) \right]$$

$$\begin{cases} 10(x-1) + 7y - (x+1)(x-1) = x(1-x) + 1 \\ 6x + 7y = 9 \end{cases} \quad \left[ \left( \frac{1}{3}; 1 \right) \right]$$

$$\begin{cases} 1 + 3(2x-2)(1+x) - 6x^2 + 3 = 2y - 6x + 4 \\ x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \quad \left[ \left( \frac{11}{8}; \frac{9}{8} \right) \right]$$

$$\begin{cases} 6 + (2x-1)(1+y) + 2y - 1 = y(2x-1) \\ 16(x-1) + 12(y+1) + 24[(x+y)-1] = 8(2y-1) \end{cases} \quad [(3; -5)]$$

$$\begin{cases} \frac{x-5}{3} + \frac{3}{5}y = x+1 - \frac{2}{5}y \\ (y+1)^2 - 6x + y(x+1) = 10 + y(y+x+1) - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x-y) = 2-x \\ 2(x+y)^2 + x + (x+y-1) = 2x + 2(x^2 + y^2 + 2xy) + y + 1 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} 2(3x-2y) - 4x = 2(x-6y) \\ 1 - 2y^2(x^2 - y^2) - (x^2 - y^2)^2 = (y^2 - x^2)(x^2 + y^2) + 1 \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

$$\begin{cases} x - (x-y)(1+y) = y^2 + 1 - x - x(1+y) \\ y(1+x^2) + 3x + x^2 = x^2y + (1+x)^2 + 4y - 13 \end{cases} \quad \left[ \left( -\frac{9}{7}; \frac{25}{7} \right) \right]$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{x}{2} + y \right) (1-x) + \frac{x^2}{2} \right] = 1 - \frac{xy}{2} \\ \frac{1}{4}(3x-11) + y = 0 \end{cases} \quad \left[ \left( 3; \frac{1}{2} \right) \right]$$



Dopo aver eseguito le moltiplicazioni e divisioni indicate, trasporta fuori dal segno di radice i fattori possibili. Supponi che i fattori che compongono i radicandi siano positivi.

$$\sqrt{24} \cdot \sqrt{30}; \quad \sqrt{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{\frac{3}{125}}; \quad \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4}}.$$

$$\left[ 12\sqrt{5}; \frac{1}{10}\sqrt{3}; \frac{3}{2} \right]$$

$$\sqrt[4]{4a^3b^2} \cdot \sqrt[3]{4a^2b}; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{9}x^2} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{27}x^4y^3}.$$

$$\left[ 2a \sqrt[12]{4a^5b^{10}}; \frac{x}{3} \sqrt[13]{\frac{x^7y^9}{81}} \right]$$

$$\sqrt{\frac{x-2y}{a^2-4b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a-2b}{x-2y}} \cdot \sqrt[6]{(x-2y)^5}$$

$$\left[ (x-2y) \sqrt[6]{\frac{1}{(a-2b)(a+2b)^3}} \right]$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{x-1}} \cdot \sqrt[3]{(x^2-1)^2} : \sqrt{\frac{x^3+3x-3x^2-1}{x+1}}$$

$$\left[ \frac{x+1}{x-1} \sqrt[6]{x+1} \right]$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2a-1}} \cdot \sqrt{\frac{4a^2-1}{(2a-1)^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a-1}{2a+1}}$$

$$\left[ \frac{\sqrt[6]{2a+1}}{2a-1} \right]$$

$$\sqrt[6]{\frac{a^2-1}{a}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2} + a^2 + 2} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{a^4(a^2-1)^4}} \cdot \sqrt{\frac{a}{a^4-1}}$$

$$\left[ \frac{1}{a(a^2-1)} \sqrt[6]{a^2+1} \right]$$

$$\sqrt[3]{a+2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2-4a+4}} \cdot \sqrt[3]{(a^2-4) \cdot \frac{a^3-8}{a^2+2a+4}}$$

$$[\sqrt[3]{(a+2)^2}]$$

Semplifica le seguenti espressioni, supponendo verificate le C.E. (Negli esercizi in cui non sono poste condizioni sulle espressioni letterali, supponi che i fattori che compongono i radicandi siano non negativi.)

$$\sqrt{b^3} - \sqrt{b}$$

$$[(b-1) \cdot \sqrt{b}]$$

$$\sqrt[3]{a^2b} : \sqrt[10]{2a} \cdot \sqrt[2]{3ab}$$

$$\left[ \sqrt[10]{\frac{243a^8b^7}{2}} \right]$$

$$\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3} + 2\sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$[(a+2)\sqrt{a} + (1-b)\sqrt{b}]$$

$$3\sqrt{x} - \frac{2}{3}\sqrt{x} + \sqrt{y} - \frac{7}{3}\sqrt{x}$$

$$[\sqrt{y}]$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{4}{5}\sqrt{b} - \sqrt{a} + 0,4\sqrt{b}$$

$$\left[ -\frac{1}{2}\sqrt{a} - \frac{2}{5}\sqrt{b} \right]$$

$$\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + 5\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}$$

$$[\sqrt[4]{2} + 12\sqrt[3]{2}]$$

$$[3]$$

$$(4 + \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2} - 1)^2 - 3(4\sqrt{2} + 2)$$

$$[5\sqrt{5} - 4]$$

$$[(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) - (\sqrt{5} - 1)^2 - (\sqrt{5} - 4)^2] : 2$$

$$[-\sqrt{ab} + 9\sqrt{b}]$$

$$6\sqrt{ab} - 3\sqrt{a} - 7\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 9\sqrt{b} + \sqrt{a}$$

$$\left[ \frac{a}{3} \right]$$

$$\sqrt{\frac{3ab^2}{c}} : \sqrt{\frac{9b^2}{c}} \cdot \sqrt{\frac{a}{3}}$$

$$\left[ \sqrt[6]{\frac{4x^2y^3}{27}} \right]$$

$$\sqrt[3]{\frac{2x^2}{3y}} : \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt[6]{\frac{xy^2}{3}}$$

$$[\sqrt[6]{2(a-b)^2}]$$

$$\sqrt{2(a-b)} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4a-4b}}$$

$$[\sqrt[12]{(2x+3)^7}]$$

$$\sqrt{\sqrt{(2x+3)^3}} : \sqrt[6]{2x+3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2}} + \sqrt[3]{xy^3 - y^4} - \sqrt[3]{8x - 8y}$$

$$\left[ \frac{(1-y)^2}{y} \sqrt{x-y} \right]$$

$$\sqrt[4]{\frac{a^2-b^2}{x^4-y^4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{(a-b)^3}{(x-y)^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x+y}{a-2b}}$$

$$\left[ \left( \frac{a-b}{x-y} \right) \sqrt{\frac{a+b}{(x^2+y^2)(a-2b)}} \right]$$

$$\sqrt{\frac{a^2+2ab+b^2}{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}} \cdot \sqrt{\frac{a^2-b(a-b)}{a+b}} : \sqrt{\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2}}$$

$$\left[ \frac{1}{a-b} \sqrt{a+b} \right]$$

$$\sqrt{\frac{a^3+2a^2+a}{a^2+6a+9}} + \sqrt{\frac{a^3+4a^2+4a}{a^2+6a+9}} - \sqrt{\frac{a^3}{a^2+6a+9}}$$

$$[\sqrt{a}]$$

$$\sqrt{\frac{a^2-1}{a^2+a-2}} : \sqrt{\frac{a^2-4}{a+1}} \cdot \sqrt{\frac{a+2}{a^2+2a+1}}$$

$$\left[ \sqrt[6]{\frac{(a+1)^3}{(a+2)^4(a-2)^2}} \right]$$



Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni.

$$\frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\frac{20}{\sqrt{10}};$$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}};$$

$$\frac{4}{\sqrt[3]{4}};$$

$$\frac{4}{\sqrt[3]{2}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$\frac{ab^2}{\sqrt{abx}};$$

$$\frac{x}{3\sqrt{2x}};$$

$$\frac{x-1}{\sqrt{x-1}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{a+b}};$$

$$\frac{xy}{\sqrt[3]{xy^2}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{2-1}};$$

$$\frac{4}{\sqrt{5+1}};$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}};$$

$$\frac{3}{\sqrt{27}};$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}};$$

$$\frac{3+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}};$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{6}};$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{3}};$$

$$\frac{2x}{\sqrt{3x}};$$

$$\frac{2x^2y}{\sqrt{x^3y}};$$

$$\frac{1}{2a\sqrt{3a}};$$

$$\frac{a^2-4}{\sqrt{a+2}};$$

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{\sqrt{a+b}};$$

$$\frac{2ab}{\sqrt[5]{a^4b^2}};$$

$$\frac{3}{\sqrt{7+1}};$$

$$\frac{3}{\sqrt{5-\sqrt{2}}};$$

$$\frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}};$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}};$$

$$\frac{6}{\sqrt{8}};$$

$$\frac{7}{2\sqrt{7}};$$

$$\frac{12}{\sqrt[5]{8}};$$

$$\frac{2x}{\sqrt[4]{x}};$$

$$\frac{2x}{\sqrt{xy}};$$

$$\frac{2a^3}{\sqrt{18ab}};$$

$$\frac{\sqrt{2a+2}}{\sqrt{2ax}};$$

$$\frac{3y+9}{\sqrt{y+3}};$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{x-y}};$$

$$\frac{4x^2y}{\sqrt[7]{8x^5y^2}};$$

$$\frac{5}{\sqrt{6-1}};$$

$$\frac{10}{\sqrt{3-1}};$$

$$\frac{x^2-4y}{x-2\sqrt{y}};$$

$$\left[ \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{2}{3}\sqrt{3} \right]$$

$$\left[ 2\sqrt{10}; \frac{5}{2}\sqrt{2}; \frac{3}{2}\sqrt{2} \right]$$

$$\left[ \frac{\sqrt{2}}{8}; \frac{\sqrt{3}+1}{5}; \frac{\sqrt{7}}{2} \right]$$

$$\left[ 2\sqrt[3]{2}; \frac{\sqrt[3]{36}}{3}; 6\sqrt[5]{4} \right]$$

$$[2\sqrt[3]{4}; \sqrt[5]{81}; 2\sqrt[4]{x^3}]$$

$$\left[ \frac{\sqrt{x}}{x}; \frac{2}{3}\sqrt{3x}; \frac{2}{y}\sqrt{xy} \right]$$

$$\left[ \frac{b}{x}\sqrt{abx}; 2\sqrt{xy}; \frac{a^2}{3b}\sqrt{2ab} \right]$$

$$\left[ \frac{\sqrt{2x}}{6}; \frac{\sqrt{3a}}{6a^2}; \frac{\sqrt{ax(a+1)}}{ax} \right]$$

$$[\sqrt{x-1}; (a-2)\sqrt{a+2}; 3\sqrt{y+3}]$$

$$\left[ \frac{\sqrt{a+b}}{a+b}; (a+b)\sqrt{a+b}; \sqrt{x-y} \right]$$

$$[\sqrt[3]{x^2y}; 2\sqrt[5]{ab^3}; 2x\sqrt[7]{16x^2y^5}]$$

$$\left[ \sqrt{2+1}; \frac{\sqrt{7}-1}{2}; \sqrt{6+1} \right]$$

$$[\sqrt{5}-1; \sqrt{5}+\sqrt{2}; 5(\sqrt{3}+1)]$$

$$\left[ \sqrt{x}-\sqrt{y}; \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}; x+2\sqrt{y} \right]$$

$$\sqrt{2}(x + \sqrt{2}) + \sqrt{5}(x - \sqrt{5}) = 0$$

$$(\sqrt{7}x - 2)^2 + \sqrt{7}x(3 - \sqrt{7}x) = x - 3$$

$$5\sqrt{2}(x + \sqrt{10}) - 10\sqrt{5}(1 + \sqrt{5}x) - 5(\sqrt{2} - 10) = 0$$

$$5 + \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{x}{5} - \frac{3}{2\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{2}[3(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) + 5\sqrt{2}(x - \sqrt{2})] = 3(1 - \sqrt{2}x)(1 - x) - (3 - 7x)$$

$$\frac{x + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)x}{\sqrt{3} + 1} + \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{x + 2}{1 - \sqrt{2}} = \frac{x - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{2x + \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{x}{2} - 4$$

$$\frac{5x - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{x - 3}{2} - \frac{11x - 1}{3\sqrt{2}} = 0$$

$$\frac{3x + \sqrt{2}}{x^3 + 2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} - x}{x^2 - \sqrt{2}x + 2} = \frac{1}{x + \sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}x - \sqrt{2} + 1}{\sqrt{3}} - \frac{2 + 2\sqrt{2}x}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}x + \sqrt{6}}{2} = \frac{2x + \sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{(\sqrt{3} + 8)x}{x^2 - \sqrt{3}x - 6} - \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x}{2x + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{x - 2\sqrt{3}}$$

$$\frac{2 + 3\sqrt{5}}{5x + 2\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5} - 3}{5x - 4} - \frac{\sqrt{5} - 1}{2 + \sqrt{5}x} = 0$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{x - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\left[ \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \right]$$

$$\frac{x + \sqrt{2}}{x - \sqrt{2}} - \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} = \frac{4}{x^2 - 2}$$

$$\left[ \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}x - 1} + \frac{\sqrt{2} + 1}{2x^2 - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}x + 1}$$

$$[6 + 4\sqrt{2}]$$

$$\frac{\sqrt{3}x + 1}{x^2 + \sqrt{3}x} - \frac{3 - \sqrt{3}x}{x^2 - \sqrt{3}x} = \frac{2\sqrt{3}}{x}$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$\frac{\sqrt{3} - 1}{x + \sqrt{3}} - \frac{x + 2\sqrt{3}}{x^2 - 3} + \frac{2}{3} = 1 - \frac{x}{3(x - \sqrt{3})}$$

$$\left[ \frac{12 + 7\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$\frac{1}{3 - 3\sqrt{3}x} + \frac{2\sqrt{3}}{1 - 3x^2} = \frac{\sqrt{3}}{3 + 3\sqrt{3}x}$$

$$\left[ \frac{6 - 7\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$\frac{x + 3\sqrt{2}}{x^2 + 2\sqrt{2}x + 2} + \frac{\sqrt{2}x}{2(x + \sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$\frac{4x}{\sqrt{3}x - 3} + \frac{2\sqrt{3}x - 4}{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$[2(\sqrt{3} - 1)]$$

$$[\sqrt{5} - \sqrt{2}]$$

$$\left[ \frac{7}{6}(\sqrt{7} - 1) \right]$$

$$[1]$$

$$\left[ -\frac{1}{8}(53\sqrt{5} + 65) \right]$$

$$\left[ \frac{16(\sqrt{2} - 1)}{3} \right]$$

$$\left[ \frac{-2\sqrt{3} - 1}{3} \right]$$

$$\left[ \frac{3\sqrt{2} - 16}{7} \right]$$

$$[9\sqrt{5}(2 + \sqrt{5})]$$

$$\left[ \frac{9\sqrt{2} + 1}{23} \right]$$

$$[2 - \sqrt{2}]$$

$$\left[ \frac{2 - \sqrt{6}}{3} \right]$$

$$[18(2 - \sqrt{3})]$$

$$\left[ \frac{50 - 2\sqrt{5}}{75} \right]$$



Risolvi le seguenti disequazioni.

$$\sqrt{2}x - 3 > x - (\sqrt{2} + 1) \quad [x > \sqrt{2}]$$

$$-\sqrt{3}x + x < \sqrt{3} + 1 \quad [x > -2 - \sqrt{3}]$$

$$\sqrt{5}x - \sqrt{5} > 5 + 2\sqrt{5}(x - 1) \quad [x < 1 - \sqrt{5}]$$

$$3x - \sqrt{3} + 1 > (3\sqrt{3} + 2)x \quad \left[ x < \frac{\sqrt{3} - 4}{13} \right]$$

$$\frac{5\sqrt{2}x}{2\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{6}} < \frac{3\sqrt{6}x}{2} \quad \left[ x > -\frac{3}{4} \right]$$

$$(\sqrt{3} + 3)(x - 2) < 2 + 3x \quad \left[ x < \frac{2(4\sqrt{3} + 3)}{3} \right]$$

$$\frac{x + 2}{1 - \sqrt{3}} > \frac{x}{1 + \sqrt{3}} \quad \left[ x < -\frac{\sqrt{3} + 3}{3} \right]$$

$$(3 - \sqrt{5})(x + 2) > \sqrt{5}x \quad \left[ x < \frac{2(3\sqrt{5} - 1)}{11} \right]$$

$$2(2x - \sqrt{6}) \geq (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(x - 2) + 3 \quad [x \geq 2]$$

$$\frac{\sqrt{3}x + 1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2} \leq \frac{2\sqrt{3}x}{\sqrt{3} - 1} \quad \left[ x \geq \frac{\sqrt{3} - 1}{3} \right]$$

$$2bx + \sqrt{5} < \sqrt{5}bx - 3 \quad (b < 0) \quad \left[ x < \frac{5\sqrt{5} + 11}{b} \right]$$

$$\frac{x}{a - \sqrt{2}} + \frac{1 - x}{a + \sqrt{2}} > 0 \quad \left[ a < -\sqrt{2} \vee a > \sqrt{2}, x > \frac{2 - \sqrt{2}a}{4}; -2 < a < \sqrt{2}, x < \frac{2 - \sqrt{2}a}{4}; \right.$$

$$\left. a = -\sqrt{2} \vee a = \sqrt{2}, \text{perde di significato} \right]$$

$$\sqrt{\frac{a+1}{a-1}};$$

$$\sqrt{\frac{2a(a-3)}{a^2+3}};$$

$$\sqrt{\frac{2x(x^2+1)}{x+3}};$$

$$\sqrt[4]{\frac{x-3}{2(1-x)}};$$

$$\sqrt{\frac{x}{x-1}};$$

$$\sqrt{\frac{4x^2-12x+9}{5x}};$$

$$\sqrt{-x^2-25};$$

$$\sqrt[3]{\frac{-x}{2x-7}};$$

$$\sqrt{2|a|};$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{|x-3|}};$$

$$\sqrt{\frac{6a-9-a^2}{|a-2|}};$$

$$\sqrt[4]{\frac{(x+2)^2}{(x^2-x)}};$$

$$\sqrt[3]{\frac{a^2+a}{a-2}};$$

$$\sqrt[3]{\frac{2a(a-1)}{a^2-4}};$$

$$\sqrt[3]{\frac{3(x-1)}{x^2-4}};$$

$$\sqrt{\frac{1-a}{2a}};$$

$$\sqrt{\frac{a}{b-1}};$$

$$\sqrt{\frac{x^3}{x-2}};$$

$$\sqrt{x^2-25};$$

$$\sqrt[6]{\frac{-4x}{|x+9|}};$$

$$\sqrt{1-|x|};$$

$$\sqrt{\frac{-3x}{1-2|x|}};$$

$$\sqrt{\frac{x^4-x^2+9x^2-9}{x^2+x}};$$

$$\sqrt[6]{\frac{(x+1)(x-2)^2}{x(x+4)^2}};$$

$$\sqrt[3]{\frac{x^3}{1-x^2}};$$

$$\sqrt[4]{\frac{3x(x+2)}{x-3}};$$

$$\sqrt[4]{\frac{2(y+3)}{y+2}};$$

$$\sqrt{\frac{4a-4}{a^2-1}};$$

$$\sqrt{\frac{(x-2)(x+3)}{x^2-16}};$$

$$\sqrt[4]{a^3+3a^3+3a+1}.$$

$$\sqrt{a^2-6a+9}.$$

$$\sqrt[5]{\frac{-4x}{|x+9|}};$$

$$\sqrt{\frac{|x|-4}{|x|+4}};$$

$$\sqrt{\frac{1}{|x+1|-8}};$$

$$\sqrt{\frac{-4}{|a+1|-1}};$$

$$\sqrt[8]{\frac{-x^2-1}{x+2}}.$$

Determina per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  esistono le seguenti espressioni.

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x+6}$$

$$[x \geq 4]$$

$$\sqrt{-x} + \sqrt[3]{\frac{1}{2x}} + \sqrt{-5-x}$$

$$[x \leq -5]$$

$$\frac{1}{\sqrt{2x+1}} + \sqrt{x^2-4}$$

$$[x \geq 2]$$

$$\frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{\sqrt[3]{4-x}}$$

$$[x \leq 1 \vee x \geq 2 \wedge x \neq 4]$$

$$\sqrt{\frac{|x|}{9-x}} + \sqrt{-|x|+4}$$

$$[-4 \leq x \leq 4]$$



$$(x+2)^3 - (x-2)^3 = 1 + (4x+1)(4x-1)$$

$[\pm 2]$

$$(x-6)(x+1) - (2-x)(x+3) = 36$$

$[-4; 6]$

$$\frac{x}{2}(2x + \sqrt{3}) + \frac{x\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4} = 0$$

$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ doppia}\right]$

$$\lambda\left(\frac{x-1}{2}\right) = \frac{2}{3}(3-x) + \frac{1}{3}$$

$\left[2; -\frac{7}{3}\right]$

$$2(x-1) - \frac{5}{4}x = \frac{3-5x}{4} - 2\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2$$

$\left[\pm \frac{\sqrt{6}}{2}\right]$

$$\frac{(3x-1)(3x+2)}{2} - (x-4)^2 + 3(1+x) = \frac{-6x+10}{2}$$

$\left[-\frac{38}{7}; 1\right]$

$$\frac{2(3x+10)}{6} - x^2 = \frac{3x+1}{3}$$

$[\pm \sqrt{3}]$

$$\frac{2x - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 2x = (2x-1)(1 + \sqrt{3}x) - \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{6-3x}{5} + \frac{x^2+2}{15} - x = \frac{4-x^2}{3}$$

$[0; 4]$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{3} + \frac{11}{9} = -\frac{4-2x}{9}$$

[impossibile]

$$(x-1)^3 = x^2(x-1) - (x+3)(x-2) - 19$$

$[-2; 6]$

$$(x+1)[2(3x-1) - (4+5x)] = 2(x-1)(x+2) + 4$$

$[-6; -1]$

$$\frac{1}{2}(x-4)^2 + \frac{1}{3}(x-6) = \frac{2}{3}$$

$\left[2; \frac{16}{3}\right]$

$$(x-2)(x^2+2x+4) + (x-5)^2 = x^2(x-1)$$

[impossibile]

$$(x^2-x)(x^2+x) = (x^2-3)^2 + 2x + 42$$

$\left[-3; \frac{17}{5}\right]$

$$3x(x-2) - 2x(2x-3) = (3-x)(x-1) - 6 - (2x-3)^2 + 18$$

$[0; 4]$

$$(3x+1)(x+3) = \frac{1}{3}(1-x)(7x+9)$$

$[-2; 0]$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-1) = 3(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right) + 2$$

$[-5; 0]$

$$\frac{2x}{15} + \frac{x^2+x}{6} = \frac{(x+2)(x+1)}{10}$$

$[\pm \sqrt{3}]$

$$(4-3x)^2 - (x+2)(2x+3) - 6 = 1 - x(1+x) - 18x - 12x$$

[impossibile]

$$\left(\frac{2x-3}{4} + \frac{x-5}{2}\right)\left(x - \frac{3-x}{2}\right) = x^2 - \frac{x+4}{2} + \frac{55-3x}{8}$$

$[0; 11]$

$$\frac{2}{3}\left(\frac{6+x}{2} - \frac{x-3}{4}\right) = \frac{(x-2)^2}{12} - \frac{x}{3} + \frac{1}{6}$$

$[-2; 12]$

$$\frac{x}{5} = \frac{x+2}{x-2} - \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{x+5}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{2}{x} = \frac{1}{2} + \frac{3}{x}$$

$$\frac{1}{x} - 2 = 3x$$

$$\frac{1}{x} = 2 - x$$

$$\frac{x}{x-1} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{(x+1)^2}{x-1} - \frac{9(x+1)}{4} = 2 - x$$

$$[-3; 6]$$

$$[-10; 5]$$

$$[5; -2]$$

$$\left[-1; \frac{1}{3}\right]$$

$$[1 \text{ doppia}]$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$[3; -7]$$

$$\frac{x^2 - x + 1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

$$[0; 1 \text{ non accettabile}]$$

$$\frac{4x^2}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{5-4x^3}{x^2-4}$$

$$\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right]$$

$$\frac{3x^2+5}{x} + x-1 = \frac{5}{x}$$

$$[0 \text{ non accettabile}; \frac{1}{4}]$$

$$\frac{8}{x-1} - 3 = \frac{6}{x+1} - \frac{x^2+x-3}{x^2-1}$$

$$\left[\frac{7}{2}; -2\right]$$

$$\frac{20}{x^2-4} = \frac{5-x}{x+2} + \frac{2x-3}{2-x}$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$\frac{x}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{21-x}{x^2-9}$$

$$[\pm 3 \text{ non acc.}]$$

$$\frac{x+3}{x^2-2x+1} = \frac{x-2}{x-1} + \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$[3; 1 \text{ non acc.}]$$

$$\frac{2x+1}{x+1} = \frac{3-x}{x(x+1)} + \frac{2x^2}{(x+1)^2}$$

$$\frac{x}{x-5} - \frac{3}{2x} = \frac{15+7x}{2x^2-10x}$$

$$\frac{3}{x^2-9} + \frac{x}{x-3} + \frac{2}{3+x} = \frac{12-11x}{9-x^2}$$

$$\frac{9}{x^2+6x} - \frac{x-2}{2x+12} = \frac{1}{2x}$$

$$\left[-\frac{3}{4}; 1\right]$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$[-3; 4]$$

$$\frac{3}{2x+4} - \frac{1}{1-2x} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2+2x}$$

$$\frac{2}{3(x+2)} + \frac{2}{x+2} = \frac{2}{3x} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$\frac{x-5}{x+3} + \frac{80}{x^2-9} = \frac{1}{2} + \frac{x-8}{3-x}$$

$$\frac{2x}{2x-1} - \frac{8x^2+3}{4x^2-1} = \frac{3}{2x+1}$$

$$\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-x^2} = \frac{x}{x^2-x}$$

$$2x + \sqrt{2} = \frac{2 - \sqrt{2} - 2x}{2x + \sqrt{2}}$$

$$\frac{3x-1}{2x+8} - \frac{2x-3}{4(x+1)} = \frac{13}{40}$$

$$\frac{5(x-1)}{x} = \frac{3}{x-2} - \frac{x-13}{4x-2x^2}$$

$$3\left(1 - \frac{1}{1+x}\right) = 1 - \frac{1}{1-x^2}$$

$$[2 \text{ doppia}]$$

$$[0; 2 \text{ non accettabile}]$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$[0; -1]$$

$$[\pm \sqrt{2}]$$

$$\left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}; \frac{-2-\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$\left[\frac{16}{9}; 1\right]$$

$$\left[\frac{11}{5}; \frac{3}{2}\right]$$

$$\left[0; \frac{3}{2}\right]$$



Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita  $x$  eseguendo la discussione quando è necessaria.

$$x^2 + xb - 6b^2 = 0$$

$$[-3b; 2b]$$

$$x^2 - kx - 20k^2 = 0$$

$$[-4k; 5k]$$

$$x^2 + kx + k^2 = 0$$

$$[k = 0: 0 \text{ doppia}; k \neq 0: \text{impossibile}]$$

$$5a^2x^2 - 20a^3x = 0$$

$$[a = 0: \text{indet.}; a \neq 0: 0, 4a]$$

$$2x^2 - 11ax + 14a^2 = 0$$

$$\left[ 2a; \frac{7}{2}a \right]$$

$$5mx^2 = 0$$

$$[m = 0: \text{indet.}; m \neq 0: 0 \text{ doppia}]$$

$$x^2 - 2ax - 2x = 0$$

$$[0; 2(a+1)]$$

$$x^2 - 10ax + 25a^2 = 0$$

$$[5a \text{ doppia}]$$

$$2kx^2 + kx - x = 0$$

$$\left[ k = 0: 0; k \neq 0: 0, \frac{1-k}{2k} \right]$$

$$-4x^2 - 12ax - 9a^2 = 0$$

$$\left[ -\frac{3}{2}a \text{ doppia} \right]$$

$$x^2 - 12kx + 36k^2 = 0$$

$$[6k \text{ doppia}]$$

$$x^2 + 3k^2 = 0$$

$$[k = 0: 0 \text{ doppia}; k \neq 0: \text{impossibile}]$$

$$\frac{2}{9}a^2 + \frac{a}{3}x - x^2 = 0$$

$$\left[ -\frac{a}{3}; \frac{2}{3}a \right]$$

$$x^2 - 2kx - 3k^2 = 0$$

$$[-k; 3k]$$

$$4ax^2 - a^3 = 0$$

$$\left[ a = 0: \text{indet.}; a \neq 0: \pm \frac{a}{2} \right]$$

$$(a-2)x^2 = 0$$

$$[a = 2: \text{indet.}; a \neq 2: 0 \text{ doppia}]$$

$$\frac{b^2}{6} - \frac{5bx}{6} + x^2 = 0$$

$$\left[ \frac{b}{3}; \frac{b}{2} \right]$$

$$2a\sqrt{2}x^2 = 0$$

$$[a = 0: \text{indet.}; a \neq 0: 0 \text{ doppia}]$$

$$2x^2 - 4bx + 3b^2 = 0$$

$$[b \neq 0: \text{impossibile}; b = 0: 0 \text{ doppia}]$$

$$3x^2 - 8ax + 4a^2 = 0$$

$$\left[ \frac{2}{3}a; 2a \right]$$

$$36x^2 + 6ax = 0$$

$$\left[ 0; -\frac{a}{6} \right]$$

$$2a^2 - ax - x^2 = 0$$

$$[a; -2a]$$

$$x^2 + 8a^2x + 15a^4 = 0$$

$$[-3a^2; -5a^2]$$

Risolvi in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni nell'incognita  $x$ .

$$\frac{x-3}{x-1} + 2 = \frac{x-3}{x+2} + \frac{x-13}{x^2+x-2}$$

$[0; -2]$  non accettabile

$$\frac{x^2-2x+5}{x^2-5x+6} + \frac{x+3}{x-2} = \frac{x+2}{x-3}$$

$[0; 2]$  non accettabile

$$\frac{2}{x-3} + \frac{1}{x+2} = \frac{5-x^2}{x^2-x-6}$$

$[1; -4]$

$$\frac{2+x}{x^2-2x-3} + \frac{3x}{(x-2)(x^2-2x-3)} = \frac{1+2x}{x^2-5x+6}$$

impossibile

$$\frac{2x}{x-4} + \frac{3}{x-3} + 4 = \frac{30+5x^2-36x}{x^2-7x+12}$$

$[-2; -3]$

$$\frac{2}{6x-15} + \frac{1}{3x} - \frac{10+2x}{4x^2-20x+25} = \frac{25}{12x^3-60x^2+75x}$$

$[0]$  non accettabile;  $30]$

$$\frac{3x}{x-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x-2\sqrt{2}} = \frac{2(x^2-1-2\sqrt{2}x)}{x^2-3\sqrt{2}x+4}$$

impossibile

$$\frac{3y-1}{3y-2} - \frac{3y-2}{3y-1} = \frac{1}{3} + \frac{21y-8}{27y^2-27y+6}$$

impossibile

$$\frac{10-2x}{3-3x} + \frac{4-3x}{1-2x} = \frac{1}{3} + \frac{x^2-40x+31}{3(2x^2-3x+1)}$$

$[-1; +1]$  non accettabile



$$(2m - 3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0, \text{ con } m \neq \frac{3}{2};$$

- a) la somma dei reciproci delle radici è uguale a 4;
- b) la somma dei reciproci delle radici è nulla.

[a)  $m = 1$ ; b)  $m = 0$  non accettabile]

$$3mx^2 - 2(3m - 1)x - 3(1 - m) = 0, \text{ con } m \neq 0;$$

- a) la somma dei reciproci delle radici è  $\frac{1}{3}$ ;
- b) la somma dei reciproci dei quadrati delle radici è 2.

[a)  $m = \frac{1}{5}$ ; b)  $m = \frac{7}{15}$ ]

$$kx^2 - (2k + 1)x + k + 1 = 0;$$

- a) la somma dei quadrati delle radici è uguale a 6;
- b) la somma dei reciproci delle radici è uguale a  $-2$ ;
- c) la somma dei cubi delle radici è uguale a 2.

[a)  $k = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$ ; b)  $k = -\frac{3}{4}$ ; c)  $\nexists k \in \mathbb{R}$ ]

$$x^2 - (m + 1)x + m = 0;$$

- a) la somma dei reciproci dei quadrati delle radici è  $\frac{5}{4}$ ;
- b) la somma dei cubi delle radici è 9;
- c) la somma dei cubi dei reciproci delle radici è 28.

[a)  $m = \pm 2$ ; b)  $m = 2$ ; c)  $m = \frac{1}{3}$ ]

$$x^2 - 2x + k = 0;$$

- a) la somma dei quadrati delle radici è 4;
- b) la somma dei cubi delle radici è  $-12$ ;
- c) la somma dei reciproci dei cubi delle radici è 0.

[a)  $k = 0$ ; b)  $k = \frac{10}{3}$  non accettabile; c)  $k = \frac{4}{3}$  non accettabile]

$$(a+1)x^2 + 2ax + a - 1 = 0, \quad \text{con } a \neq -1;$$

- a) una soluzione è uguale a 2;
- b) le soluzioni sono reali e distinte;
- c) la somma dei reciproci delle radici è 4;
- d) il quadrato della somma delle soluzioni è maggiore del prodotto delle soluzioni moltiplicato per 4;
- e) le soluzioni sono opposte.

$$\left[ \text{a) } a = -\frac{1}{3}; \text{b) } \forall a \in \mathbb{R}; \text{c) } a = \frac{2}{3}; \text{d) } \forall a \in \mathbb{R}; \text{e) } a = 0 \right]$$

$$x^2 - 2x + m = 0;$$

- a) le radici sono uguali;
- b) le radici sono reali e distinte;
- c) una radice è nulla;
- d) la somma delle radici è positiva;
- e) il prodotto delle radici è positivo.

$$[\text{a) } m = 1; \text{b) } m < 1; \text{c) } m = 0; \text{d) } m \leq 1; \text{e) } 0 < m \leq 1]$$

$$(k-3)x^2 - 2(k+1)x + k = 0, \quad \text{con } k \neq 3;$$

- a) le soluzioni sono reali;
- b) la somma delle radici è positiva;
- c) il prodotto delle radici è uguale al triplo della loro somma;
- d) le radici sono discordi.

$$\left[ \text{a) } k \geq -\frac{1}{5}, k \neq 3; \text{b) } k > 3; \text{c) } k = -\frac{6}{5}; \text{d) } 0 < k < 3 \right]$$

$$(4-k^2)x^2 - 4x + 1 = 0, \quad \text{con } k \neq \pm 2;$$

- a) le radici sono reali;
- b)  $x_1 = x_2$ ;
- c)  $x_1 = -x_2$ ;
- d)  $x_1 = -2$ ;
- e)  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 10$ .

$$\left[ \text{a) } \forall k \in \mathbb{R}, k \neq \pm 2; \text{b) } k = 0; \text{c) } \nexists k \in \mathbb{R}; \text{d) } k = \pm \frac{5}{2}; \text{e) } k = \pm 1 \right]$$

$$x^2 - 4x + 4 - k^2 = 0;$$

- a)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$ ;
- b)  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ ;
- c)  $x_1^3 + x_2^3 = 40$ .

$$[\text{a) } k = \pm \sqrt{3}; \text{b) } k = \pm 1; \text{c) } k = \pm \sqrt{2}]$$

$$2x^2 + (3-2k)x - 3k = 0;$$

- a) le radici sono reali;
- b) le radici sono negative;
- c) la differenza delle radici è 1;
- d) il prodotto dei reciproci delle radici è  $\frac{1}{3}$ ;
- e) una radice è doppia dell'altra.

$$\left[ \text{a) } \forall k \in \mathbb{R}; \text{b) } k < 0; \text{c) } k = -\frac{5}{2} \vee k = -\frac{1}{2}; \text{d) } k = -2; \text{e) } k = -3 \vee k = -\frac{3}{4} \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita  $x$ .

$$2401x^4 = 81$$

$$\left[ \pm \frac{3}{7} \right]$$

$$4x^4 - 21x^2 + 27 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{3}{2}; \pm \sqrt{3} \right]$$

$$32x^5 + 243 = 0$$

$$\left[ -\frac{3}{2} \right]$$

$$x^{10} + 31x^5 - 32 = 0$$

$$[-2; 1]$$

$$194481x^4 = 2401$$

$$\left[ \pm \frac{1}{3} \right]$$

$$6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$\left[ -1; \frac{3}{2}; \frac{2}{3} \right]$$

$$12x^4 + 28x^2 + 15 = 0$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$x^4 - 13b^2x^2 + 36b^4 = 0$$

$$[\pm 2b; \pm 3b]$$

$$4x - 17x^2 + 15x^3 = 0$$

$$\left[ 0; \frac{1}{3}; \frac{4}{5} \right]$$

$$32a^5b^{10} + x^5 = 0$$

$$[-2ab^2]$$

$$x^8 - 97x^4 + 1296 = 0$$

$$[\pm 2; \pm 3]$$

$$2x^3 + x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$\left[ -3; \frac{1}{2}; 2 \right]$$

$$x^4 - 53x^2 + 196 = 0$$

$$[\pm 2; \pm 7]$$

$$10x^3 - 111x^2 + 111x - 10 = 0$$

$$\left[ 1; 10; \frac{1}{10} \right]$$

$$4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$$

$$\left[ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -2; 2 \right]$$

$$x^4 - 13a^4x^2 + 36a^8 = 0$$

$$[\pm 2a^2; \pm 3a^2]$$

$$(2x^2 - 4)^3 = 216$$

$$[\pm \sqrt{5}]$$

$$x^8 + 15b^4x^4 - 16b^8 = 0$$

$$[-b; b]$$

$$7x^3 - 57x^2 + 57x - 7 = 0$$

$$\left[ 1; 7; \frac{1}{7} \right]$$

$$56x^3 + 90x^2 - 28x + 8x^2 = 0$$

$$\left[ 0; -2; \frac{1}{4} \right]$$

$$x^4 - 100x^2 + 2304 = 0$$

$$[\pm 6; \pm 8]$$

$$27x^3 - 54x^2 + 36x - 8 = 0$$

$$\left[ \frac{2}{3} \right]$$



$$4x^3 - 17a^2x^2 + 4a^4 = 0$$

$$\left[ \pm 2a; \pm \frac{1}{2}a \right]$$

$$(3x - 1)^3 = 64$$

$$\left[ 1; -\frac{1}{3} \right]$$

$$9x^3 - 91x^2 + 91x - 9 = 0$$

$$\left[ 1; 9; \frac{1}{9} \right]$$

$$9x^4 + 2 = 19x^2$$

$$\left[ \pm \frac{1}{3}; \pm \sqrt{2} \right]$$

$$3x^3 - 2\sqrt{3}x^2 - 3x = 0$$

$$\left[ 0; \sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$x^4 - 6a^2x^2 + 8a^4 = 0$$

$$[\pm a\sqrt{2}; \pm 2a]$$

$$9x^4 - 72x^2 - 25 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{5}{3}\sqrt{3} \right]$$

$$4x^4 + 45 - 29x^2 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{3}{2}; \pm \sqrt{5} \right]$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$[-1; 1; 2]$$

$$36x^4 + 5b^4x^2 - b^8 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{b^2}{3} \right]$$

$$4x^4 - 28x^2 + 45 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{3}{2}\sqrt{2}; \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \right]$$

$$x^4 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{9}{16} = 0$$

$$\left[ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{3}{2} \right]$$

$$4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{1}{2}; -2 \right]$$

$$x^4 - \frac{5}{6}x^2 + \frac{1}{6} = 0$$

$$\left[ \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$x^4 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{8} = 0$$

$$\left[ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$8x^3 - 2\sqrt{2}x^2 - 2x = 0$$

$$\left[ 0; \frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{4} \right]$$

$$x^4 = \frac{1}{3}\left(x^2 - \frac{2}{27}\right)$$

$$\left[ \pm \frac{1}{3}; \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \right]$$

$$\frac{1}{2}x^4 - 250 = 6 - \frac{1}{2}x^4$$

$$[\pm 4]$$

$$6x^3 + 43x^2 + 43x + 6 = 0$$

$$\left[ -1; -6; -\frac{1}{6} \right]$$

$$\frac{26}{9}x^2 - \frac{1}{3} + x^4 = 0$$

$$\left[ \pm \frac{1}{3} \right]$$

$$x^2 - 1 = 1 - x^3$$

$$[1]$$

$$\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right)^6 = \frac{64}{729}$$

$$\left[ -\frac{2}{9}; \frac{14}{9} \right]$$

$$\frac{x^2 + 3}{x + 1} - \frac{10x(1 - x)}{3x^2 + x - 2} = \frac{2 - x}{2 - 3x}$$

$$\frac{9x^2 - 2a^2}{3x - a} + \frac{2a^2 - x}{3x} = \frac{a^3 + 3x^2 - ax}{3ax - 9x^2}$$

[impossibile]

$$x^4 - \frac{70}{9}x^2 + 5 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 0 \quad \left[ \pm \frac{5}{3}; \pm \sqrt{5} \right]$$

$$x^3(6x - 37) + (37x - 6) = 0 \quad \left[ \frac{1}{6}; 6; \pm 1 \right]$$

$$(x^4 - 9a^4)(x^4 + 9a^4) = -(9a^4)^2 + a^8 \quad [\pm a]$$

$$\frac{x^3}{256} + \frac{4}{x^2} = 0 \quad [-4]$$

$$5^2 + (6x^2)^2 - 109x^2 = 0 \quad \left[ \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{5}{3} \right]$$

$$7(x^4 - 1) + 50x(x^2 - 1) = 0 \quad \left[ -\frac{1}{7}; -7; \pm 1 \right]$$

$$\frac{6x^2 + 1}{x - 2} + \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{20x^2 + 4x}{x^2 - 4} \quad \left[ -1; \frac{2}{3}; \frac{3}{2} \right]$$

$$x^3 + 9,1x^2 - 9,1x - 1 = 0 \quad \left[ 1; -10; -\frac{1}{10} \right]$$

$$(8x^6 - b^6)^2 = 2b^{12} + 47b^6x^6 \quad [\pm b]$$

$$2x^4 = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} - 5x^2\right) \quad \left[ \pm \frac{1}{2} \right]$$

$$8x^4 - 5\sqrt{3}x^2 + \frac{3}{2} = 0 \quad \left[ \pm \frac{\sqrt[4]{12}}{2}; \pm \frac{\sqrt[4]{12}}{4} \right]$$

$$(2x - ab)^4 = (3x + 2ab)^4 \quad \left[ -3ab; -\frac{ab}{5} \right]$$

$$(x^2 - 4x)(x^2 + 4x) = 3(x^2 - 6) \quad [\pm 1; \pm 3\sqrt{2}]$$

$$2x^3 - 3x^2 - 23x + 12 = 0 \quad \left[ \frac{1}{2}; -3; 4 \right]$$

$$x^3 - \frac{73}{8}x^2 + \frac{73}{8}x - 1 = 0 \quad \left[ 1; 8; \frac{1}{8} \right]$$

$$x^6 + (a^3 - b^3)x^3 - a^3b^3 = 0 \quad [-a; b]$$

$$x^4 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{2}{9}x^2 = 0 \quad \left[ \pm \frac{2}{3} \right]$$

$$\frac{1}{16}x^3 - \frac{1}{x} = 0 \quad [\pm 2]$$

$$x^4 - a^2x^2 + x^2 - a^2 = 0 \quad [\pm a]$$

Date le seguenti equazioni di una retta  $r$  e di una parabola  $p$ , stabilisci se  $r$  è tangente, secante o esterna a  $p$ .  
Verifica il risultato disegnando il grafico.

$$r: y = -2x - 1, \quad p: y = \frac{1}{2}x^2 + 1.$$

$$r: y = -x, \quad p: y = -x^2 + x.$$

$$r: y = 4x + 5, \quad p: y = 2x^2 - 3x - 9.$$

$$r: y = 3x - 5, \quad p: y = \frac{1}{3}x^2 - x + \frac{1}{9}.$$

$$r: y = 6x, \quad p: y = x^2 + 3x - 4.$$

Data la parabola di equazione  $y = x^2 + 6x$ , determina le equazioni delle rette passanti per  $P(-5; -6)$  e tangenti alla parabola.  
 $[y = -2x - 16; y = -6x - 36]$

Scrivi le equazioni delle rette passanti per  $P(2; 8)$  e tangenti alla parabola di equazione  $y = -2x^2 + 16x - 24$ .  
Determina inoltre le coordinate dei punti di tangenza.  
 $[y = 16x - 24; y = 8; A(4; 8); B(0; -24)]$

Verifica che la retta tangente alla parabola di equazione  $y = \frac{1}{2}x^2 - x$  nell'origine è la bisettrice del secondo e del quarto quadrante.

Verifica che la parabola  $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 8$  è tangente all'asse  $x$  e scrivi le coordinate del punto di tangenza.  
 $[T(-4; 0)]$

Calcola l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione  $y = -2x^2 + x + 1$  nel suo punto di ascissa nulla e verifica che la retta è parallela alla bisettrice del primo e del terzo quadrante.  
 $[y = x + 1]$

Data la parabola di equazione  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$ , determina l'equazione della retta tangente nel punto di intersezione fra la parabola e l'asse  $y$ .  
 $[y = -4x - 6]$

$$-6x + \left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{1}{2} + x\right) - 9(-1)^2 < 0$$

$$\frac{1}{5}\left(\frac{x-2}{2}\right) + \frac{4x^2+x}{4} - \frac{1}{8}\left(1 + \frac{13}{5}\right) > 0$$

$$\frac{5}{4} + \frac{x}{3}(3x-8) - \frac{5}{3}\left(\frac{1}{4} - 2x\right) \leq \frac{2}{3}\left(x + \frac{65}{12}\right)$$

$$2\left[\left(-\frac{1}{4}\right)^2 - 4x\right] - \frac{1}{4}(x+1) - (15+x^2) > 0$$

$$\sqrt{3x^2 - x} + \frac{1}{2} \geq \sqrt{3x} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1-x+x^2}{2} + \frac{x(3x+16)}{8} - \frac{3x^2+2}{4} \leq x^2 + \frac{5x-4}{3}$$

$$\frac{8}{5}\left(\frac{15}{2}x + 90\right) - \frac{6}{5}\left[20x + \frac{6}{5}(-10)^2\right] - x^2 < 0$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 [2 - (-2x)^2] - \frac{2+9x}{9} - \frac{1}{2}(x+1) > 0$$

$$(1-x)^2 + x(x-3) > 1 - 2x\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

$$2(x+5)^2 - (x-3)(x+3) > 2(6x+5) + 22x$$

$$(2x+1)^2 - (3-x)(x+2) \geq 2 + 5x + (1-x)^2$$

$$\frac{(3-2x)^2}{12} + \frac{2(1-x)(1+x)}{3} < \frac{-x^2-3x+6}{4}$$

$$\frac{2(x-1)(x+1)}{3} + \frac{x(x+2)}{6} \leq \frac{x^2+x(1+x)}{3}$$

$$(x+5)^2 - 8(-x-5) + (-4)^2 \leq 0$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} \geq x - \frac{1}{4}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$2\left(5 - \frac{13}{8}x\right) > (x+2)^2$$

$$\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 - \frac{2}{5} \leq \frac{3}{10}\left(\frac{1}{5} - \frac{7}{3}x\right)$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \leq x - \frac{1}{4}$$

$$(x+1)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}(x+1) \leq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 + (x-1)^2 + 1 > 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) > \frac{x}{12}(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)$$

$$\left[x < -\frac{7}{2} \vee x > -\frac{5}{2}\right]$$

$$\left[x < -1 \vee x > \frac{13}{20}\right]$$

$$\left[-\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}\right]$$

$$\left[-\frac{11}{2} < x < -\frac{11}{4}\right]$$

$$\left[x \leq \frac{\sqrt{3}}{3} \vee x \geq 1\right]$$

$$\left[x \leq -\frac{4}{3} \vee x \geq \frac{8}{7}\right]$$

$$[x < -12 \vee x > 0]$$

$$\left[-\frac{4}{3} < x < -\frac{1}{6}\right]$$

$$[x < 0 \vee x > 3]$$

$$[\forall x \in \mathbb{R} - \{7\}]$$

$$[x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2}]$$

$$\left[x < \frac{-3-\sqrt{5}}{2} \vee x > \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right]$$

$$[-2 \leq x \leq 2]$$

$$[x = -9]$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$\left[x \leq -1 \vee x \geq \frac{1}{2}\right]$$

$$\left[-8 < x < \frac{3}{4}\right]$$

$$\left[-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{5}\right]$$

$$\left[x = \frac{5}{6}\right]$$

$$\left[x = -\frac{3}{4}\right]$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$\left[x < -\frac{1}{3} \vee x > \frac{3}{4}\right]$$



$$16bx - 12b^2 - 5x^2 \geq 0 \quad (b < 0)$$

$$\left[ 2b < x < \frac{6}{5}b \right]$$

$$\frac{1}{2}x(11b - x) - \frac{1}{2}(x^2 + 5b^2) < 0 \quad (b > 0)$$

$$\left[ x < \frac{b}{2} \vee x > 5b \right]$$

$$-x^2 - x + b^2 - 3b + 2 < 0 \quad \left( b > \frac{3}{2} \right)$$

$$[x < 1 - b \vee x > b - 2]$$

$$(a - 2)x^2 + 9 \geq 0$$

$$\left[ a \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}; a < 2, \frac{-3}{\sqrt{2-a}} \leq x \leq \frac{3}{\sqrt{2-a}} \right]$$

$$ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0$$

$$\left[ a > 0, x < -\frac{1}{a} \vee x > a; a < 0, a < x < -\frac{1}{a}; a = 0, x > 0 \right]$$

$$ax^2 - x^2 - a^2x + x \geq 0 \quad (a \geq 1)$$

$$[a = 1, \forall x \in \mathbb{R}; a > 1, x \leq 0 \vee x \geq a + 1]$$

$$\frac{a^2 + 3x^2}{3} - a\left(a - \frac{3x}{2}\right) - \frac{a^2}{6}\left(\frac{5x}{a} + \frac{7}{2}\right) > 0 \quad (a > 0)$$

$$\left[ x < -\frac{3}{2}a \vee x > \frac{5}{6}a \right]$$

$$a(x - 3)^2 > x(1 - 6a) + a(5 + 4ax) \quad \left( a > \frac{1}{2} \right)$$

$$\left[ x < \frac{1}{a} \vee x > 4a \right]$$

$$\frac{7a - 3x - a(x - 1)^2}{1 - a} > 2ax \quad (a < 0)$$

$$\left[ x < 2a \vee x > -\frac{3}{a} \right]$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{a}{2}(x - a) - \frac{3}{4}a < 0 \quad (a > 0)$$

$$\left[ -\frac{2a+1}{2} < x < \frac{a+1}{2} \right]$$

$$\frac{ax}{b^2} - 2\left(\frac{a}{b^2}\right)^2 + x^2 \leq 0 \quad (a > 0, b \neq 0)$$

$$\left[ -\frac{2a}{b^2} \leq x \leq \frac{a}{b^2} \right]$$

$$\frac{1}{2}x(a + 32x) - a\left(a - \frac{x}{6}\right) > \frac{2}{3}ax - 2a + 1 \quad (a > 1)$$

$$\left[ x < \frac{1-a}{4} \vee x > \frac{a-1}{4} \right]$$

$$2x^2 - 3x - 2k^4 - k^2 + 1 < 0$$

$$\left[ \frac{1-2k^2}{2} < x < 1+k^2 \right]$$

$$x^2 - \frac{6bx}{7} + \frac{9b^2}{49} < 0$$

$$[\exists x \in \mathbb{R}]$$

$$x^2 + 2ax + a^2 - 1 > 0$$

$$[x < -a - 1 \vee x > 1 - a]$$

$$(x - k^2)(x + k^2) + 2x + 1 \geq 0$$

$$[x \leq -1 - k^2 \vee x \geq k^2 - 1]$$

$$-x^2 - \frac{5ax}{2b} + \frac{6a^2}{b^2} > 0 \quad (a > 0, b < 0)$$

$$\left[ \frac{3a}{2b} < x < -\frac{4a}{b} \right]$$

$$x^2 + (a - 4)x - 4a \leq 0$$

$$[a < -4, 4 \leq x \leq -a; a > -4, -a \leq x \leq 4; a = -4, x = 4]$$

$$2x^2 - kx - k^2 > 0$$

$$\left[ k > 0, x < -\frac{k}{2} \vee x > k; k < 0, x < k \vee x > -\frac{k}{2}; k = 0, x \neq 0 \right]$$

$$(a - 2)x^2 - 2ax + a + 2 \geq 0$$

$$\left[ a < 2, \frac{a+2}{a-2} \leq x \leq 1; a = 2, x \leq 1; a > 2, x \leq 1 \vee x \geq \frac{a+2}{a-2} \right]$$

$$x^4 - 2x^2 \geq 0$$

$$[x \leq -\sqrt{2} \vee x \geq \sqrt{2} \vee x = 0]$$

$$x^4 - 1 > 0$$

$$[x < -1 \vee x > 1]$$

$$3x^2 + 4x^4 \leq 0$$

$$[x = 0]$$

$$x^4 - 81 \leq 0$$

$$[-3 \leq x \leq 3]$$

$$x^4 + x^2 < 0$$

$$[\exists x \in \mathbb{R}]$$

$$x^3 - x^2 - 2x + 1 > 0$$

$$\left[-1 < x < \frac{1}{2} \vee x > 1\right]$$

$$x^3 - 3x^2 - 13x + 15 < 0$$

$$[x < -3 \vee 1 < x < 5]$$

$$9x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{2} < 0$$

$$\left[x < \frac{1}{2} \wedge x \neq -\frac{1}{3}\right]$$

$$9x^4 - 145x^2 + 16 > 0$$

$$\left[x < -4 \vee -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3} \vee x > 4\right]$$

$$76x^2 - 3x^4 - 25 > 0$$

$$\left[-5 < x < -\frac{\sqrt{3}}{3} \vee \frac{\sqrt{3}}{3} < x < 5\right]$$

$$6x^3 + 13x^2 + x - 2 \geq 0$$

$$\left[-2 \leq x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq \frac{1}{3}\right]$$

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 \geq 0$$

$$[-3 \leq x \leq -2 \vee x \geq 3]$$

$$4x^4 - 37x^2 + 9 \leq 0$$

$$\left[-3 \leq x \leq -\frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} \leq x \leq 3\right]$$

$$x^4 + 5x^3 - 6x^2 \geq 0$$

$$[x \leq -6 \vee x = 0 \vee x \geq 1]$$

$$x^4 + 3x^2 - 28 < 0$$

$$[-2 < x < 2]$$

$$x + \frac{1}{5} \leq \frac{3}{25x - 5}$$

$$1 \leq \frac{14}{3(x+2)} + \frac{4}{3x-3}$$

$$\frac{x+2}{x-3} < \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{3}{x^2 - 2x + 1} + \frac{3+x}{x-1} > 0$$

$$\frac{6}{x-1} - \frac{6}{x} < 1$$

$$\frac{8}{5(x-3)} + 1 > \frac{3}{5(x+2)}$$

$$x \geq \frac{4x^2 - 13x}{x^2 - 9}$$

$$\frac{8-2x}{x-1} \leq 2x$$

$$x - \frac{8}{x} > -2$$

$$-\frac{4x+7}{4x^2+7} \leq 0$$

$$\frac{x^2-4}{x^2-1} \geq 1$$

$$\frac{2x^2}{(3x-5)^2} \geq 0$$

$$\frac{6-x}{x-3} - \frac{3}{2x-6} < -2$$

$$\frac{1+2x}{x-2} - \frac{5}{2x+4} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x}{x^2-4} \geq \frac{x+3}{x+2} - 3$$

$$\frac{2x}{x^2-9} > \frac{1}{x-3} - \frac{x-2}{x^2+6x+9}$$

$$\frac{1}{x-1} \left(1 - \frac{4}{x+1}\right) \geq 2 - \frac{2}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{x-3} + \frac{x^2-1}{x^2-3x}$$

$$\frac{81-x^4}{x^2-3x} \geq 0$$

$$\frac{(x-3)^2(x^2+16)}{(x-2)^4} > 0$$

$$\left[ x \leq -\frac{2}{5} \vee \frac{1}{5} < x \leq \frac{2}{5} \right]$$

$$[-2 < x \leq 0 \vee 1 < x \leq 5]$$

$$[-2 < x < 3]$$

$$[x < -2 \vee (x > 0 \wedge x \neq 1)]$$

$$[x < -2 \vee 0 < x < 1 \vee x > 3]$$

$$[x < -2 \vee -1 < x < 1 \vee x > 3]$$

$$[-3 < x \leq 0 \vee x > 3 \vee x = 2]$$

$$[-2 \leq x < 1 \vee x \geq 2]$$

$$[-4 < x < 0 \vee x > 2]$$

$$\left[ x \geq -\frac{7}{4} \right]$$

$$[-1 < x < 1]$$

$$\left[ \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{3} \right\} \right]$$

$$\left[ \frac{3}{2} < x < 3 \right]$$

$$[x < -2 \vee x > 2]$$

$$\left[ x < -2 \vee -2 < x \leq \frac{3}{2} \vee x > 2 \right]$$

$$\left[ -\frac{1}{2} < x < 3 \vee x > 3 \right]$$

$$\left[ -1 < x \leq -\frac{1}{2} \right]$$

$$[x < 0 \vee x > 3]$$

$$[-3 \leq x < 0]$$

$$[\forall x \in \mathbb{R} - \{2, 3\}]$$



$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 5x - 3}{4x - 1} > 0 \\ x^2 - 7x + 6 > 0 \end{cases}$$

$$\left[ -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4} \vee x > 6 \right]$$

$$\begin{cases} \frac{6x^2 - 7x + 2}{x^2 + x + 7} < 0 \\ x^2 - x - 30 \leq 0 \end{cases}$$

$$\left[ \frac{1}{2} < x < \frac{2}{3} \right]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{x-3} > \frac{2x}{(x-2)(x-3)} \\ \frac{2}{x} < 7 \end{cases}$$

$$[x < 0 \vee 2 < x < 3 \vee x > 4]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{x-6} \leq \frac{3x-1}{(x+1)(x-6)} \\ \frac{x^2-9}{x+4} \geq 0 \end{cases}$$

$$[3 \leq x < 6]$$

$$\begin{cases} \frac{x-2}{x+6} \geq 0 \\ 2x^2 - 7x + 3 \leq 0 \end{cases}$$

$$[2 \leq x \leq 3]$$

$$\begin{cases} \frac{x+3}{1-2x} < 0 \\ \frac{x}{x-2} > 1 \end{cases}$$

$$[x > 2]$$

$$\begin{cases} \frac{x(x-9)(x+1)}{x^2+4} \geq 0 \\ x^2 - x + 7 > 0 \end{cases}$$

$$[-1 \leq x \leq 0 \vee x \geq 9]$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2-3x} - \frac{1}{x} < -1 \\ \frac{x(x+3)}{4x^2-1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\left[ \frac{1}{2} < x < 2 \vee 2 < x < 3 \right]$$

$$\begin{cases} \frac{x^2(x^2+4)}{x-1} \geq 0 \\ \frac{x^4+6x^2}{x^2-4} \geq 1 \end{cases}$$

$$[x > 2]$$

$$\begin{cases} x^4 > x^2 \\ \frac{(x+1)(x^2-3x)}{x^3} \geq 0 \end{cases}$$

$$[x < -1 \vee x \geq 3]$$

$$\begin{cases} \frac{3x^2+5x-2}{x-1} \geq 0 \\ x^4 - 9x^2 < 0 \end{cases}$$

$$\left[ -2 \leq x < 0 \vee 0 < x \leq \frac{1}{3} \vee 1 < x < 3 \right]$$

Date le seguenti equazioni parametriche di secondo grado nell'incognita  $x$ , stabilisci per quali valori del parametro le soluzioni sono reali.

$$x^2 - 2(a-2)x + 9 = 0 \quad [a \leq -1 \vee a \geq 5]$$

$$2x^2 - ax + 2 = 0 \quad [a \leq -4 \vee a \geq 4]$$

$$x^2 - 2kx - k^2 + 8 = 0 \quad [k \leq -2 \vee k \geq 2]$$

$$(a+2)x^2 - 2x - a = 0 \quad [\forall a \in \mathbb{R}]$$

$$kx^2 - (k+3)x - 2k = 0 \quad [\forall k \in \mathbb{R}]$$

Stabilisci per quali valori di  $k$  l'equazione, in  $x$ ,  
 $x^2 - kx + 2x - \frac{k^2 - 5k}{4} = 0$  ammette due soluzioni reali distinte.  
 $\left[ k < \frac{1}{2} \vee k > 4 \right]$

Determina per quali valori di  $k$  l'equazione, in  $x$ ,  
 $(k-2)x^2 - 2kx - 3 + 2k = 0$  non ammette soluzioni reali.  
 $[k < 1 \vee k > 6]$

Trova per quali valori di  $k$  l'equazione in  $x$   
 $(6k-1)x - 3kx^2 - 3k + 2 = 0$   
 non ammette soluzioni reali.  $\left[ k < -\frac{1}{12} \right]$

Determina per quali valori di  $k$  l'equazione in  $x$   
 $(k+1)x^2 - 2(k+2)x + 4(k+1) = 0$   
 ha soluzioni la cui somma sia maggiore di  $-2$ .  
 $[-1 < k \leq 0]$

Stabilisci per quali valori di  $k$  l'equazione, in  $x$ ,  
 $x^2 - 4(k+3)x + 6(k^2 - 5k + 6) = 0$  ammette soluzioni di segno opposto. (Suggerimento. Se le soluzioni sono opposte, il loro prodotto è negativo...)  $[2 < k < 3]$

Determina per quali valori di  $k$  l'equazione, in  $x$ ,  
 $(k-5)x^2 - 4kx + k - 2 = 0$  ammette radici reali e negative. (Suggerimento. Se le radici sono negative, il prodotto è positivo e la somma è negativa.)  $[1 \leq k < 2]$

Determina il valore di  $k$  per cui l'equazione, in  $x$ ,  
 $(k-3)x^2 - 2kx + k - 1 = 0$  ha:  
 a) soluzioni reali distinte; b) soluzioni opposte.

$$\left[ a) k > \frac{3}{4} \wedge k \neq 3; b) \nexists k \text{ accettabile} \right]$$

Data l'equazione

$$(k+2)x^2 - 2(k+1)x - (1-k) = 0,$$

stabilisci per quali valori del parametro  $k$  essa ha:

- a) radici reali distinte;
- b) radici reali e positive;
- c) radici reali e negative;
- d) radici reali e discordi;
- e) radici opposte.

$$[a) k > -3 \wedge k \neq -2; b) -3 < k < -2 \vee k > 1; c) \nexists k \in \mathbb{R}; d) -2 < k < 1; e) k = -1]$$

Data l'equazione

$$x^2 - 2(a-3)x + a^2 + 2a = 0,$$

stabilisci per quale valore del parametro  $a$ :

- a) le soluzioni  $x_1$  e  $x_2$  sono reali;
- b) il prodotto delle soluzioni è maggiore di 3.

$$\left[ a) a \leq \frac{9}{8}; b) a < -3 \vee 1 < a \leq \frac{9}{8} \right]$$

Nell'equazione  $(k-2)x^2 - 2(k+3)x + k = 0$  determina per quale valore del parametro  $k$ :

- a) le soluzioni  $x_1$  e  $x_2$  sono reali;
- b) la somma delle soluzioni è maggiore o uguale a 6;
- c) il prodotto delle soluzioni è minore di 1.

$$\left[ a) k \geq -\frac{9}{8}; b) -2 < k \leq \frac{9}{2}; c) -\frac{9}{8} \leq k < 2 \right]$$

Data l'equazione parametrica

$$(k^2 + 4)x^2 + 2\sqrt{3}kx + k^2 - 1 = 0,$$

determina i valori di  $k$  affinché:

- a) il prodotto delle radici dell'equazione sia positivo;
- b) la somma delle radici dell'equazione sia negativa.

$$[a) -\sqrt{2} \leq k < -1 \vee 1 < k \leq \sqrt{2}; b) 0 < k \leq \sqrt{2}]$$

Trova i valori di  $k$  affinché l'equazione di secondo grado  $(2k+3)x^2 - (k+4)x + 1 = 0$  ammetta:

- a) due soluzioni positive;
- b) due soluzioni negative;
- c) due soluzioni discordi.

$$\left[ a) k > -\frac{3}{2}; b) \nexists k \in \mathbb{R}; c) k < -\frac{3}{2} \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni.

$$(x - 3)^2 + (x - 4)^2 = |x| \quad \left[ \frac{5}{2}; 5 \right]$$

$$x^2 + 3|x + 2| = -3 \quad [\text{impossibile}]$$

$$|3 - 3x^2 + x| = 3(2x + 1) \quad [0; 3]$$

$$|x^2| + x = 0 \quad [-1; 0]$$

$$\left| \frac{1}{x} \right| = x - 1 \quad \left[ \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right]$$

$$(x - 5)|x + 5| + 8 + (x - 5)^2 = 0 \quad [1; 4]$$

$$|x - 5|(x + 5) + 8 + (x - 5)^2 = 0 \quad [\text{impossibile}]$$

$$|x^2 - 8x + 10| = 3 \quad [1; 4 - \sqrt{3}; 4 + \sqrt{3}; 7]$$

$$|x^2 + x + 5| = x + 10 \quad [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

$$x + 1 = -|x^2 - x - 3| \quad [-\sqrt{2}; 1 - \sqrt{5}]$$

$$|3x^2 - 20x| = 3x - 2x^2 - 12 \quad [\text{impossibile}]$$

$$|2(x + 1) - 3(x - 1)| - (x + 1)^2 = -x(x + 2) + 6 \quad [-2; 12]$$

$$\frac{|x^2 + x| - 3}{x^2 + x} = 0 \quad \left[ \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right]$$

$$\frac{x - 2}{|2x^2 + x - 1|} + \frac{x + 2}{2x^2 + x - 1} = \frac{1}{x + 1} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\frac{x^2}{1 - x^2} + \frac{x + 1}{|x - 1|} - \frac{2x + 1}{x + 1} = 0 \quad \left[ -\frac{1}{4}; 0; 2 \right]$$



Risolvi le seguenti equazioni.

$$5 + |x^2 - 2x| - x^2 - |x - 3| = 6x$$

$$(x + 1)^2 - x|1 - x| - (x - 2)|x + 2| = 4$$

$$|4x + 2| = |-x^2 - 2|$$

$$|2x - 5|^2 = 72 + |x - 4|^2$$

$$|x + 1| - 3 \frac{x^2}{|x - 1|} = 0$$

$$\frac{x^2 + |x| + 1}{|x + 3|} = 1$$

$$2|x + 3| = 2 - \left| \frac{x + 2}{x - 1} \right|$$

$$|x^2 + 4x + 3| = 4x + 1 + |x - 2|$$

$$\frac{x - 1}{|x(x + 1)|} + \frac{3 - 2x}{x^2 - x} = \frac{2}{x + 1} - \frac{1}{|x - 1|}$$

$$\frac{x + 3}{|x^2 - 2x + 1|} + \frac{1}{2x - 2} + \frac{|5 + x|}{1 - x^2} = 0$$

$$|x^2 - 4| + |-2x| = -5x$$

$$|x - 1| - 1 = |2x^2 - 4x|$$

$$\frac{2}{|x + 3|} - \frac{3}{|x - 2|} = 0$$

$$\left[ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right]$$

$$[-2; 0; 4]$$

$$[-3; 7]$$

$$\left[ \pm \frac{1}{2} \right]$$

$$[1 - \sqrt{3}; \sqrt{2}]$$

$$\left[ \frac{-5 - \sqrt{105}}{4}; -2 \right]$$

$$[-1; 0]$$

$$\left[ -\frac{1}{3}; 2 \right]$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$[-4; -1]$$

$$[0; 2]$$

$$[-13; -1]$$

$$x^2 - |3x + 2| + x > 0$$

$$[x < -2 - \sqrt{2} \vee x > 1 + \sqrt{3}]$$

$$2(3 - 12x - 8) - 9x^2 > |3x + 4|$$

$$\left[-2 < x < -\frac{2}{3}\right]$$

$$\frac{2}{x+3} < \frac{3}{|x-2|}$$

$$[x < -3 \vee x > -1 \wedge x \neq 2]$$

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{|x^2 - 9|} > 0$$

$$[x < 2 \wedge x \neq -3 \vee x > 3]$$

$$\frac{x^2 + 4x - 12}{|x^2 - 2x| - 3} < 0$$

$$[-6 < x < -1 \vee 2 < x < 3]$$

$$x^2 - 2x - 3 < 4 - |3x - 3|$$

$$\left[\frac{5 - \sqrt{41}}{2} < x < \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}\right]$$

$$|x^2 + 7 - 9x| < 7$$

$$[0 < x < 2 \vee 7 < x < 9]$$

$$\frac{x+1}{|x|} < x$$

$$\left[x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right]$$

$$4 + x^2 > |x^2 - 4|$$

$$[\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}]$$

$$\frac{|4 - x^2|}{5x - x^2} < 0$$

$$[x < 0 \wedge x \neq -2 \vee x > 5]$$

$$\frac{|x^2 + 1| + 2x}{5x + 3} < 0$$

$$\left[x < -\frac{3}{5} \wedge x \neq -1\right]$$

$$|x^3 + 4x^2 + x - 6| > 0$$

$$[x \neq -3; -2; 1]$$

$$|6x^4 - 13x^3 + 13x - 6| \leq 0$$

$$\left[x = \pm 1, x = \frac{2}{3}, x = \frac{3}{2}\right]$$

$$|x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x| < 0$$

$$[\exists x]$$

$$\left|x - \frac{4}{x} - 2\right| \geq 1$$

$$\left[x \leq \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \vee -1 \leq x < 0 \vee 0 < x \leq \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \vee x \geq 4\right]$$

$$\left|\frac{x^2 + 3x + 2}{x}\right| < 1$$

$$[-2 - \sqrt{2} < x < -2 + \sqrt{2}]$$

$$\frac{x(6x-3) + 4x - 2}{3x+2} < |x^2 - 2x|$$

$$\left[x < 1 \wedge x \neq -\frac{2}{3} \vee x > 2 + \sqrt{3}\right]$$

$$\left|\frac{10x^2 - 3x - 2}{3x - 2 - x^2}\right| < 1$$

$$\left[-\frac{2}{3} < x < 0 \vee \frac{6}{11} < x < \frac{2}{3}\right]$$

Trasla il poligono di vertici indicati secondo il vettore  $\vec{v}$  dato.

$$A(-8; -3), \quad B(-3; -2), \quad C(-7; 6); \quad \vec{v}(9; 1).$$

$$A(2; 5), \quad B(4; 7), \quad C(2; 8); \quad \vec{v}(-6; -3).$$

$$A(-3; 1), \quad B(-2; 5), \quad C(-3; 9), \quad D(-5; 5); \quad \vec{v}(9; 1).$$

$$A(-2; 1), \quad B(4; 1), \quad C(2; 3), \quad D(-4; 3); \quad \vec{v}(9; 1).$$

$$A(4; -12), \quad B(6; -12), \quad C(-16; -8), \quad D(4; -8); \quad \vec{v}(9; 1).$$



Dati i vertici di un poligono e l'equazione di un asse di simmetria, scrivi le equazioni della simmetria e determina i simmetrici dei poligoni assegnati. Disegna la figura.

Triangolo di vertici  $A(2; 9)$ ,  $B(-2; 3)$ ,  $C(-4; 7)$ ; asse di equazione  $x = 0$ .

Quadrilatero di vertici  $A(2; 2)$ ,  $B(5; 6)$ ,  $C(0; 10)$ ,  $D(-4; 5)$ ; asse di equazione  $x = -3$ .

Trapezio di vertici  $A(0; 0)$ ,  $B\left(-\frac{3}{2}; 4\right)$ ,  $C\left(-\frac{9}{2}; 4\right)$ ,  $D(-6; 0)$ ; asse di equazione  $x = -3$ .

Triangolo di vertici  $A(3; 1)$ ,  $B(1; 5)$  e  $C(-2; 1)$ ; asse di equazione  $y = 0$ .

Quadrilatero di vertici  $A(-1; 2)$ ,  $B(0; 6)$ ,  $C(3; 6)$  e  $D(5; 0)$ ; asse di equazione  $y = -1$ .

Parallelogramma di vertici  $A(-2; -2)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(2; 2)$  e  $D(-1; 1)$ ; asse di equazione  $y = 3$ .

Dato il triangolo di vertici  $A(2; 1)$ ,  $B(0; 4)$  e  $C(-1; 1)$ , trova il suo simmetrico  $A'B'C'$  rispetto all'asse di equazione  $x = 1$ . Verifica che i due triangoli abbiano la stessa area.

Dato il parallelogramma di vertici  $A(0; 2)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(4; 4)$  e  $D(1; 5)$ , trova il suo simmetrico rispetto all'asse di equazione  $x = -2$  e verifica che i due parallelogrammi abbiano lo stesso perimetro.

Disegna le omotetiche delle figure assegnate nell'omotetia di centro  $O(0; 0)$  e rapporto  $k$ .

Segmento di estremi  $A(-2; -1)$  e  $B(3; 5)$ , con  $k = +3$ .

Triangolo di vertici  $A(4; 6)$ ,  $B(7; 10)$  e  $C(10; 4)$ , con  $k = -2$ .

Quadrilatero di vertici  $A(0; 5)$ ,  $B(10; 1)$ ,  $C(0; -7)$  e  $D(-10; -3)$ , con  $k = -1$ . I quadrilateri corrispondenti sono quadrilateri particolari?

Il triangolo  $A'B'C'$  è il corrispondente del triangolo di vertici  $A(2; 4)$ ,  $B(5; 0)$  e  $C(6; 7)$  nell'omotetia di centro  $O$  e rapporto  $k = 2$ . Verifica che entrambi i triangoli sono rettangoli e che il rapporto tra il perimetro di  $A'B'C'$  e quello di  $ABC$  è uguale a 2.

Sia  $A'B'C'D'$  il corrispondente del parallelogramma di vertici  $A(-8; -6)$ ,  $B(-4; -5)$ ,  $C(-1; -1)$  e  $D(-5; -2)$  nell'omotetia di centro  $O$  e rapporto  $k = -\frac{1}{3}$ . Verifica che i lati omologhi sono paralleli.

Il segmento di estremi  $A(-3; -5)$  e  $B(-1; 4)$  e il segmento di estremi  $A'\left(2; \frac{10}{3}\right)$  e  $B'(-4; 5)$  si possono corrispondere in un'omotetia di centro  $O$ ? Se la risposta è negativa, modifica le coordinate di un solo punto affinché i segmenti si corrispondano; determina poi il valore di  $k$ .



Determina la traslazione che si ottiene componendo quella di vettore  $\vec{v}(2; -5)$  con quella di vettore  $\vec{w}(-3; 4)$  e scrivine le equazioni. Trova, poi, l'equazione della retta  $r''$  corrispondente della retta  $r$  di equazione  $x - y + 7 = 0$  nella traslazione composta. Che cosa osservi?

Considera la traslazione che associa al punto  $A(3; 2)$  il punto  $A'(9; 2)$ . Trova due simmetrie assiali, con assi paralleli, tali che, eseguite in successione, facciano corrispondere al punto  $A$  il punto  $A'$ .

Determina il corrispondente  $A'B'$  del segmento di vertici  $A(1; -4)$  e  $B(3; 2)$  nella simmetria di asse  $x = 0$ . Applica poi ad  $A'B'$  la simmetria di asse  $y = x$  e ottieni il segmento  $A''B''$ . Scrivi le equazioni della trasformazione che associa ad  $AB$  direttamente  $A''B''$ .

Disegna il quadrato di vertici  $A(-3; 3)$ ,  $B(3; 3)$ ,  $C(3; -3)$  e  $D(-3; -3)$ . Applica al quadrato la rotazione in senso antiorario che ha per centro l'origine  $O$  e per ampiezza un angolo retto. Che cosa osservi? Possiamo affermare che  $ABCD$  è unito anche nella rotazione in senso orario?

Determina le equazioni della trasformazione  $s \circ t$ , ottenuta componendo la traslazione  $t$  di vettore  $\vec{v}(4; 6)$  con la simmetria  $s$  rispetto alla retta di equazione  $y = -2$ . Applica la trasformazione composta al segmento  $AB$ , con  $A(-8; 2)$  e  $B(1; 2)$ , ottenendo il segmento  $A''B''$ . Verifica che  $A''B''$  si ottiene anche applicando ad  $AB$  la traslazione e successivamente ad  $A'B'$  la simmetria.