

Anno Scolastico 2024-2025

Classe: 1 ITI Meccanico

Materia: MATEMATICA

Docente: Simone Molinelli

LIBRO IN ADOZIONE: Colori della Matematica ed. Verde, Volume 1, L. Sasso, E. Zoli, DeA Scuola Petrini

ESERCITAZIONI PER LE VACANZE ESTIVE

Classe 1AM

Carissimo studente,

Per iniziare al meglio il prossimo anno ecco una serie di esercizi per riprendere gli argomenti svolti quest'anno. Le esercitazioni da svolgere durante le vacanze servono a tenere in esercizio la mente sui concetti appresi durante l'anno scolastico appena concluso. Il consiglio è di diluire il lavoro da fare nei mesi di vacanze in modo da non concentrarlo solo all'inizio o alla fine di questo periodo. Solo così facendo vi assicurerete un buon allenamento che dia il più possibile i suoi frutti nel tempo e renda i concetti acquisiti più duraturi. Ti chiedo di svolgerli con attenzione e da solo.

Alcune indicazioni tecniche:

- 1) Durante i primi giorni del prossimo anno scolastico verrà controllato l'avvenuto svolgimento di questi esercizi. Il mancato svolgimento di essi porterà ad una valutazione negativa sul registro che farà media. Gli esercizi vanno consegnati su fogli di carta in una cartelletta.
- 2) Come anticipato in classe la prima settimana di scuola faremo una verifica di algebra sugli argomenti del pentamestre (Monomi e Polinomi, Equazioni e Disequazioni intere, Scomposizioni ed Equazioni Fratte).
- 3) 2) Gli studenti che riceveranno il 6 con aiuto dovranno sostenere durante il mese di settembre un'interrogazione orale che verterà sugli argomenti che troverete sul vostro foglio personalizzato che verrà caricato su mastercom mail il 16 giugno. Il voto di tale interrogazione farà media.
- 4) 3) Gli studenti che riceveranno il debito formativo riceveranno ugualmente da me ulteriori istruzioni per il lavoro personalizzato il giorno 16 giugno via mastercom mail.

Buon lavoro e buon riposo

Simone Molinelli

ESERCIZI

A) Eseguire, prendendoli dalle pagine successive, i seguenti esercizi:

- Foglio 1: es. da 16 a 25, es. 30,31,32.
- Foglio 2: es. 63,65,68,71,77
- Foglio 3: es. 43,49,50,69,70
- Foglio 4: es. 208,209,210,212,216,218,229,235
- Foglio 5: es. da 29 a 42, es. 44,45,49
- Foglio 6: es. 157,159,161,162,171
- Foglio 7: es. da 56 a 65
- Foglio 8: es. 131,133,135,137,138
- Foglio 9: es. 51,52,53,54,57,59,62

ESERCIZI

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

16 $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^4 : \left(-\frac{2}{5}\right)^6$

17 $\left(-\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^5 : \left(\frac{4}{5}\right)^7$

18 $-3^4 \cdot \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 : \left(\frac{1}{3}\right)^7\right]^2$

19 $\left\{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{27}\right]^3 : \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{31}\right]^2\right\}^{32}$

20 $\left\{\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{210}\right]^3 + \left(-\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3\right\}$

21 $\left(\frac{4}{25}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^4\right]^2$

22 $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^2$

23 $3^{-2} \cdot 3^{-5} : \left(\frac{1}{3}\right)^4$

24 $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3$

25 $\left[\left(\frac{4}{7}\right)^{-3}\right]^4 : \left[\left(\frac{7}{4}\right)^2\right]^5$

COMPLETARE...

26 $3^{\dots} = \frac{1}{3}$

27 $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = (\dots)^{-4}$

28 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 2^{\dots}$

29 $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\dots} = 3$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

30 $\left[\left(1 + \frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(2 - \frac{1}{2}\right)^{27}\right]^3 : \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^5\right]^2 : \left(-\frac{3}{2}\right)^5$

31 $3 - \frac{4}{3} : \left(2 - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot 3^{-2} \cdot 9\right)^2$

32 $\frac{[-2^2 : \left(1 + \frac{1}{4}\right)^{27}]^2}{\left(1 - \frac{9}{5}\right)^4} + \left(-\frac{8}{5}\right)^2 : (2^6 : 5^2)$

33 $\left[2 - \left(\frac{2}{3} - 1\right)^4 \cdot 3^3\right]^5 : \left(-\frac{5}{3}\right)^4 - \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)$

34 $\frac{[(5^{-3})^{-2} : \left(-\frac{1}{5}\right)^2 \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}]^{-1}}{\left[\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{-2}\right]^{-4}} + 5^{-3}$

36 $\frac{[-2^3 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + (-5)^2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)] \left(1 - \frac{5}{7}\right)}{\frac{3}{4}(3^{-2} + 3^{-1})}$

35 $\frac{3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot (2^3)^4}{-2^2 + \frac{1}{3}\left(2 - \frac{5}{4}\right)} : \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2$

37 $\frac{5 - \frac{1}{3}\left(1 - \frac{2}{5}\right)}{6 \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right)^2} - \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{210}\right]^0 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

ESERCIZI

Sostituisci ai simboli \square e \triangle i numeri per i quali le seguenti uguaglianze risultano vere.

$$\begin{aligned} 59 \quad & \left(-\frac{3}{4}\right)^{\square} \cdot \frac{\left(\frac{5}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{\triangle}}{\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{9}{16} \\ 60 \quad & \left(\frac{12}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{\square} : \left(\frac{18}{5}\right)^3 = \frac{2}{3} \\ 61 \quad & \left(\frac{6}{7}\right)^3 : \left(\frac{18}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\square} \cdot 7^{\triangle} = \frac{2}{3} \\ 62 \quad & \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{75}{4}\right)^2}{3^{\square} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{\triangle}} = 1 \end{aligned}$$

Numeri decimali. Proporzioni

Trasforma i seguenti numeri decimali in frazioni decimali.

$$63 \quad 0,3 \quad 1,2 \quad 7,5 \quad 31,28 \quad 64 \quad 438,2 \quad 16,023 \quad 0,033 \quad 0,1007$$

Trasforma le seguenti frazioni decimali in numeri decimali.

$$65 \quad \frac{72}{100} \quad \frac{12}{10} \quad \frac{103}{100} \quad \frac{42}{1000} \quad 66 \quad \frac{5}{1000} \quad \frac{14}{100} \quad \frac{34}{10.000} \quad \frac{2}{100}$$

Trasforma le seguenti frazioni, eventualmente dopo averle semplificate, in numeri decimali finiti o periodici.

$$\begin{aligned} 67 \quad & \frac{78}{30} \quad \frac{9}{300} \quad \frac{42}{600} \quad \frac{1388}{4000} \quad 69 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{15}{24} \quad \frac{67}{25} \\ 68 \quad & \frac{1}{20} \quad \frac{15}{50} \quad \frac{9}{45} \quad \frac{35}{14} \quad 70 \quad \frac{1}{12} \quad \frac{5}{48} \quad \frac{105}{14} \quad \frac{56}{875} \end{aligned}$$

Determina la frazione generatrice di ciascuno dei seguenti numeri decimali periodici.

$$\begin{aligned} 71 \quad & 0,\overline{7} \quad 1,\overline{2} \quad 0,\overline{13} \quad 3,2\overline{4} \\ 72 \quad & 0,0\overline{6} \quad 1,0\overline{6} \quad 2,\overline{4} \quad 0,18\overline{1} \\ 73 \quad & 2,\overline{9} \quad 2,00\overline{9} \quad 43,\overline{9} \end{aligned}$$

Esegui le seguenti operazioni con i numeri decimali e verifica i risultati eseguendo le stesse operazioni dopo aver trasformato in frazioni anche i numeri decimali finiti.

$$\begin{aligned} 74 \quad & (0,6 + 8,4 - 1,3) \cdot 0,2 + 0,03 \cdot 28 \\ 75 \quad & (0,04 \cdot 6 + 0,2 \cdot 36,3) \cdot (5,4 - 3,2 - 0,4 \cdot 3) : 0,25 \\ 76 \quad & (3 \cdot 0,1)^2 \cdot [(0,5)^2 \cdot 0,03 : 1,25] : (-0,3)^3 \\ 77 \quad & \left[\left(10 + \frac{1}{2} \right) : 0,7 + 3 \cdot (0,5)^2 \cdot 1,3 - 8 \cdot (0,5)^3 \right] : 0,75 \\ 78 \quad & [1,5 : 0,\overline{7} + (0,3)^2 \cdot 1,3 : 5^{-2} - 0,05 : (0,1)^2]^7 \end{aligned}$$

Semplifica le seguenti espressioni.

43 $3(-2x^2)^3 + \frac{1}{2}x^2 \cdot (-6x^4)$

44 $[a^3 + (-2a^3) - (-5a^3)]^2$

45 $\frac{2}{3}x^2(-3xy^2)^2 + (-xy)^4$

46 $(3xy^3z^4 + 6xy^3z^4) : (9xy^2z^3)$

Calcola.

51 $MCD(2ab^4; 5a^3b^2)$

52 $mcm(3a^2b^3; 6ab^5)$

47 $\left(-\frac{2}{3}x^5y^4\right)^2 : \left(-\frac{1}{3}x^3y^2\right)^3$

48 $\frac{4}{9}a^2b^6 \cdot \left(-\frac{3}{5}ab^2\right)^2 : \left(\frac{6}{5}a^3b^9\right)$

49 $-\frac{3}{8}x^2y^3z^2 \cdot (4x^4y^2z)^2 : (-6x^5y^3z)^2$

50 $\frac{7}{2}a^4bc^2 : \left[\frac{7}{2}a^6b^4c^2 : \left(\frac{1}{2}a^2b^2c\right)^2\right]$

53 $MCD(3a^2y^4; 2a^2y^3; 5axy^2)$

54 $mcm(4a^3b; 3xy^2; 2b^2y)$

Sostituisci ai simboli $\square, \triangle, \circ$ i numeri o i monomi per i quali risultano vere le seguenti uguaglianze.

55 $(2a^\square b^\triangle)^3 = 8a^6 b^{12}$

56 $(a^2b^3c) \cdot (-ab^2c^2) \cdot (-a^3b^\square c^\triangle) = a^6b^9c^8$

57 $(-a^3x)(a^2x^3) : (-a^\square x^\triangle) = a^4x^2$

58 $(x^3)^\square \cdot x^2y^\triangle = x^8y^3$

59 $(x^3y^\triangle)^\square = x^9y^{12}$

60 $(8a^3b^4c^2 + \square a^3b^4c^2) : 5a^\triangle b^\circ c^2 = 3a^2b$

61 $(3a^\square b^\triangle)^4 : (-3ab^2)^3 = -3a^5b^6$

62 $4xy^4 \cdot (\square)^2 = 36x^3y^8$

63 $(\square)^2 : (5xy^2) = 5x^3y^4$

64 $\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^\square \cdot (-ab^\triangle)^2 = \frac{1}{27}a^8b^5$

65 $(a^4b^\square c^2)^\circ \cdot (a^2b^5c^\triangle) = a^{10}b^{11}c^5$

66 $(a^\square b^5c^2) \cdot (-ab^\triangle c^3)^2 : (b^2c^\circ)^2 = a^5b^3$

Semplifica le seguenti espressioni.

67 $[a^3b^2 : (-ab)^2 + 3a]^2 : (-2^2a)$

69 $[12a^4 : (2^3a^2 - 5a^2) + (-2a)^2] \cdot \left(\frac{1}{2}ab^2\right)^3 : (-2^2a^3b^4)$

70 $6a^{10}b^3 : \{(-2a^4b)^2 - [(a^2)^2b]^2\}$

71 $[a^2b^3 + b(ab)^2]^2 : (2ab)^2 + a^{10}b^6 : [(-a^2)^4 \cdot b^6] \cdot (-b^2)^2$

72 $[(-a^3)^3]^2 \cdot (-b^5)^2 : \left[(-2a^3b)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}a^3b^2\right)^2\right]$

Calcola.

73 $MCD(x^2y; 2x^3y^4z; xy^2z^2)$

74 $mcm(x^2y; 2x^3y^4z; xy^2z^2)$

75 $MCD(a^2b^3c; 3a^3b^3c^2; 4a^2b^4; ab^2c)$

76 $mcm(a^2b^3c; 3a^3b^3c^2; 4a^2b^4; ab^2c)$

$$203 \quad \left(\frac{3}{4}x^3y - \frac{2}{3}x\right)^2$$

$$204 \quad \left(\frac{1}{5}a^2b^3 - \frac{5}{3}ab^2\right)^2$$

$$205 \quad (a^3 + 2ab + a^2b)^2$$

$$206 \quad (2a + a^2 + 1)^2$$

$$207 \quad (2a + b - 2)^2$$

$$208 \quad (x^3 - x^2y + xy^2)^2$$

$$209 \quad \left(\frac{1}{2}a^2 - b^3\right)\left(\frac{1}{2}a^2 + b^3\right)$$

$$210 \quad \left(\frac{2}{5}a^3b^2 + 1\right)\left(\frac{2}{5}a^3b^2 - 1\right)$$

$$211 \quad \left(3a^3b^4 + \frac{1}{6}a^4b\right)\left(3a^3b^4 - \frac{1}{6}a^4b\right)$$

$$212 \quad (2 - x)^3$$

$$213 \quad (1 + a^2)^3$$

$$214 \quad (2 - 3a^3)^3$$

$$215 \quad (a^2 - 4b)^3$$

$$216 \quad (x^3 - 3x^2)^3$$

Semplifica le seguenti espressioni applicando i prodotti notevoli.

$$217 \quad (2a + 3b^2)^2 - (3a + b^2)(3a - b^2)$$

$$218 \quad (2x - 3y^2)^2 - (2x - 4y^2)^2 + (x + y^2)^2$$

$$221 \quad \left(\frac{1}{2}a^2 + 3a + 1\right)^2 - (3a - 1)^2 - a^2(3a + 1)$$

$$222 \quad (3x - y) \cdot (3x + y) \cdot (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2) + (-xy)^2 \cdot (x + 9y)$$

$$219 \quad (a - 2b)(a + 2b) - (3a + b)^2 - (a - 3b)^2$$

$$220 \quad (3x^3y^2 - x^2y)^2 : (-xy)^2 - (3x + 2x^2y)^2$$

Trova e correggi gli errori nei seguenti prodotti notevoli.

$$223 \quad (a^2 + 3b^3)^2 = a^4 + 9b^6$$

$$224 \quad (x^3 - 2x^4)^2 = x^6 + 4x^{16} - 4x^7$$

$$225 \quad (-a^2 + b)^2 = a^4 + b^2 - a^2b$$

$$226 \quad (3a^3 - b)^2 = 9a^6 + b^2 + 6a^3b$$

Sostituisci ai simboli \square , \triangle , \circ i numeri per i quali le seguenti uguaglianze risultano vere.

$$227 \quad (2x^2 + y^3)^2 = 4x^\square + \triangle x^2y^3 + y^\circ$$

$$229 \quad (\square x^\triangle - 5y^2)^2 = 4x^6 - 20x^3y^2 + 25y^4$$

$$230 \quad (2a^\square - 3ab + b^\triangle)^2 = 4a^6 + 9a^2b^2 + b^{10} - 12a^4b + 4a^3b^5 - 6ab^\circ$$

$$231 \quad (2a^3 - 3b^2)(2a^\square + 3b^\triangle) = 4a^6 - 9b^4$$

$$233 \quad (2a^2 - 3a^\square + 5b^2)^2 = 4a^4 + 9a^6 + 25b^4 - 12a^\triangle + 20a^2b^2 - \circ a^3b^2$$

$$234 \quad (a^\square - 2a)^3 = a^6 - 6a^\triangle + 12a^\circ - 8a^3$$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$235 \quad [2a(a - 2b) + a(3a + 5b)]^2 : (-2a)^2 + \frac{3}{4}(a^2 + b^2)$$

$$236 \quad [a^5(2a^5 + 1) - (a^5 + 2)]^2 - (3a^{10} - 2)^2$$

$$237 \quad [x^3(2x^2 - 1) + x^3 - x^2(1 + 2x^3) + x]^2 + (-x)^2(2x - x^2)$$

ESERCIZI

Sostituisci ai simboli \square e \triangle i numeri per i quali le seguenti affermazioni risultano vere.

- 20 $\square x = 5$ è un'equazione impossibile.
 21 $\square x + 2 = 3x + \triangle$ è un'equazione indeterminata.
 22 $3x = x + \square x$ è un'equazione indeterminata.
 23 $4x + 7 = \square x + \triangle$ è un'equazione indeterminata.
 24 $4x + 5 = \square x + 1$ è un'equazione impossibile.
 25 $3x + 2 = 5 + \square x$ è un'equazione impossibile.
 26 $2(1 + 5x) = \square x + \triangle$ è un'equazione indeterminata.
 27 $6x - \frac{1}{3} - 5x = \frac{\square x - \triangle}{3}$ è un'equazione indeterminata.
 28 $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + \frac{1}{15} = \square x$ è un'equazione impossibile.

Risolvi le seguenti equazioni.

- 29 $3x - 2 = 3(x + 1)$
 30 $3(x + 2) = x + 4 + 2(x + 1)$
 31 $\frac{x-1}{2} = 3x + \frac{7-5x}{2}$
 32 $x - \frac{2x-1}{2} = \frac{5x+1}{3} + \frac{1}{6}$
 33 $\frac{4x}{3} - \frac{2x-1}{2} = \frac{x+1}{3} + \frac{1}{2}$
 34 $\frac{2x+3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{x+1}{3}$
 35 $5(2+x) - 7(x-1) = (-3+x)(-2) + 5 + 2x$
 43 $3x - \left[\frac{x-3}{2} - \frac{1-x}{2} - \left(\frac{2x+1}{2} + 5x \right) \right] = 1$
 44 $5 \left[\frac{x+4}{2} + x - 4 - \frac{1}{2}(2-x) \right] = 10x - 3$
 46 $(x+1)^3 - (x+2)^3 = x - 3(x-1)^2$
 47 $\left(\frac{1}{2}x + 2 \right)^3 - \frac{1}{8}x^2(x+8) = \frac{1}{2}x^2 + 2(3x+4)$
 48 $2^{-2}(x+1) - 3^{-2}(2x-1) = 18^{-1}(x+3)$
 36 $3(3x+2) = 7(x-2) + 2(x+4) - 6$
 37 $x(3-3x) + 3x(4+x) = 7-6x$
 38 $(x-4)^2 + 3x^2 = 16 + 4(x+1)^2$
 39 $5 + (x+1)^2 = x(x+4) - 2(x-1)$
 40 $3 + 2(x-6) = 2(x-5) + 1$
 41 $x \left(\frac{4}{9} + 4x \right) = \frac{2}{3} \left(6 + \frac{2}{3} \right) + x(4x+1)$
 42 $\frac{7}{5}x - 1 - \left(\frac{3}{5} + x \right) = \frac{x-2}{5} + 2(x-1)$
 45 $0,6x + 1,25 = -1,35 - 0,2x$
 49 $2 \left[x + \frac{1}{2}(2x-1) \right] - \frac{2x+3}{2} = 2^{-1}(3x+4)$

ESERCIZI

Problemi di primo grado

Risolvi i seguenti problemi utilizzando equazioni numeriche intere.

PRIMO LIVELLO

- 157 Qual è quel numero che aggiunto alla sua metà è uguale ai $\frac{3}{5}$ di 20?
- 158 Determina il numero che aggiunto ai suoi $\frac{3}{5}$ supera i suoi $\frac{4}{3}$ di 8.
- 159 I $\frac{4}{5}$ della differenza tra un numero e i suoi $\frac{2}{7}$ uguaglia la quarta parte di 2^6 . Qual è quel numero?
- 160 Togli da un numero i suoi $\frac{3}{4}$ e aggiungi alla metà di tale differenza i $\frac{3}{8}$ del numero iniziale. Verifica che il doppio di tale somma è sempre uguale al numero inizialmente scelto. Traducendo in un'equazione le operazioni descritte dal problema, come risulterà tale equazione?
- 161 Dividi la somma di 2500 euro in modo che la prima parte sia i $\frac{3}{2}$ della seconda.
- 162 Un alunno compera 6 quaderni e 5 biro e spende complessivamente 10 euro. Sapendo che il prezzo di una biro è i $\frac{4}{5}$ di quello di un quaderno, calcola il prezzo di un quaderno.
- 163 Una società vende libri per posta, scontati del 20% sul prezzo di copertina; le spese di spedizione, per ogni libro, corrispondono a 1 euro. Calcola il prezzo di copertina di un libro se viene a costare 13 euro.
- 164 In un rettangolo di perimetro 200 m l'altezza supera di 20 m la terza parte della base. Determina i lati del rettangolo e la sua area.
- 165 In un triangolo l'angolo maggiore è il triplo del minore e il terzo angolo è i $\frac{2}{3}$ del maggiore. Di che natura è il triangolo?
- 166 Due segmenti adiacenti hanno una lunghezza complessiva di 50 cm e il più lungo supera di 15 cm i $\frac{5}{2}$ del più corto. Calcola le lunghezze dei due segmenti e il perimetro del quadrato equivalente al rettangolo che ha i lati congruenti ai due segmenti adiacenti.

Risolvi i seguenti problemi utilizzando equazioni numeriche frazionarie.

- 167 Il rapporto tra la somma di un numero x con 8 e il doppio della differenza tra il triplo di x e 11 è $\frac{3}{4}$. Determina tale numero.
- 168 Determina un numero x tale che, dividendo la somma di x con i suoi $\frac{3}{4}$ per la differenza tra 62 e il triplo di x , si ottiene 2.
- 169 Determina il numero x in modo che il quoziente tra la somma di 12 con i $\frac{3}{4}$ di x e la differenza tra i $\frac{7}{4}$ di x e il numero 13 sia la frazione $\frac{8}{5}$.

Risolvi i seguenti problemi utilizzando equazioni numeriche intere.

SECONDO LIVELLO

- 170 Qual è il numero intero relativo il cui quadrato supera di 13 il quadrato del suo successivo?
- 171 Mario ha 56 anni e suo figlio 35. Quanti anni fa l'età di Mario era il doppio di quella di suo figlio?
- 172 Paolo e Sandro sono due amici e Paolo è maggiore di 3 anni rispetto a Sandro; Luisa, sorella di Sandro, ha due anni in meno del fratello. Sommando le età che i tre giovani avranno tra dieci anni si ottiene un numero che supera di 10 il quadruplo dell'età attuale di Paolo. Qual è l'età attuale di Sandro?

ESERCIZI

53 $\frac{2}{3}x + 1 > 5 + x$ e $2x + 3 > 15 + 3x$

$2(x + 1) < 2$ e $2x < 0$

54 $3(x + 1) < 15$ e $x + 1 < 5$

$x^2 + x < 0$ e $x^2 + x + 3 < 3$

55 $\frac{2x + 3}{2} > 2$ e $2x + 3 > 4$

$2x > x - 4$ e $x + 4 > 0$

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.

56 $2x - 3 < 5 + 4x$; $4(x + 1) < 0$

61 $\frac{x - 1}{4} - \frac{3x - 4}{2} > x + \frac{1}{4}$

57 $x - 1 > 3x + 4$; $5(1 - x) > 0$

62 $(x + 2)^2 - 3(x - 1) < x(x + 1)$

58 $\left[3(x - 1) - \frac{1}{2}(4x + 1) \right] \cdot (3 - 3^2) < x + 3$

63 $(1 - x)^2 - (2 + x)^2 > x - 5$

59 $-2^2(x + 1) + 3[x - 2(1 - 2x)] \geq x - (3x + 1)$

64 $\frac{1 - 2x}{3} + \frac{2(2x + 1)}{4} \geq x - 2$

60 $1,3\bar{x} - 0,3 - 2(x + 1) < 3 \cdot 0,5 + x$

65 $-4^2 \left(1 - \frac{x}{4} \right) + 2x \leq \frac{3x + 4}{2}$

Risolvi le seguenti disequazioni letterali intere.

66 $x + a + 2(x - a) < 3a$

71 $1 + ax > \frac{3 - (a + 1)}{2}$, con $a > 0$

67 $3x + 5k > 2(x - k)$

72 $ax - (1 + a) > \frac{a(x - 3)}{3}$, con $a < 0$

68 $2x + \frac{x + a}{2} > 3(1 - x) + a$

73 $\frac{x}{a} - \frac{1}{a} < \frac{3x + 2}{a}$, con $a < 0$

69 $7a - 2x + a(x - 2) - x(a - 1) > a$

74 $\frac{ax + 1}{a - 1} > x$, con $a > 1$

70 $3x - 2a(1 + x) > a(3 - 2x) + x$

75 $\frac{3x + 4}{2 - a} < \frac{x + 1}{a - 2}$, con $a < 2$

Risolvi e, se necessario, discuti le seguenti disequazioni letterali intere.

76 $3ax < a + 1$

82 $\frac{ax - 8}{3} < a - 2x + \frac{3 - a}{3}$

77 $2x < a(2 - x)$

83 $\frac{3ax + 1}{4} < a + x - \frac{5 + a}{2}$

78 $x < a(2 + x)$

84 $\frac{kx - 2}{k - 3} > 0$, con $k > 3$

79 $3x + 1 < a(x + 2)$

85 $\frac{kx + 4}{k - 2} > 0$, con $k \leq 2$

80 $a(x + 1) > 2a - 3a(x + 2)$

86 $\frac{x}{a - 1} < 2$

81 $kx + 2 < \frac{3 + kx}{4}$

87 $\frac{ax + a^2 + 4}{a} > 4$

- 127 Determina il valore del parametro k in modo che la soluzione dell'equazione

$$3x + k - 2 = \frac{1}{5}(x - k) + 2k - 1$$

sia $x > \frac{3}{2}$.

- 128 Determina l'insieme P di verità del predicato $p(x): (x+2)^2 - 5(x+1)(2x-3) \geq x - (3x-1)^2$, con $x \in \mathbb{R}$.

- 129 Dato il predicato $p(x): (2a-1)x + a \geq 3x + a \geq 3x - 4a$, con $x \in \mathbb{R}$, determina i valori di x che rendono falso $p(x)$.

- 130 Risolvi il seguente problema.

Matteo e Sofia vorrebbero acquistare l'ultimo CD del loro cantante preferito. A Matteo mancano 36 euro, a Sofia ne mancano 5 e mettendo insieme i loro soldi non riescono a comprarlo.

- Quanto potrebbe costare il CD?
- Sapendo che il negozio ha i prezzi espressi da numeri interi e che il prezzo del CD è un numero primo, quanto costa il CD?

■ Disequazioni: sistemi, regola dei segni

Sistemi di disequazioni lineari intere

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni numeriche.

131 $\begin{cases} x > 6 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x < 4 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$

136

$$\begin{cases} 2(1-x) + \frac{1}{3} \leq 1 - \left(x - \frac{2}{3}\right) \\ x - 2 \geq 2(1+x) - 2^{-2} \end{cases}$$

132 $\begin{cases} 1 - x < 0 \\ 3 + x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2 - 3x < 0 \\ 1 + 3x < 0 \end{cases}$

137

$$\begin{cases} \frac{3}{4} - \frac{1+4x}{2} \leq \frac{10-x}{2} \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} + x \left(2 - \frac{1}{2}\right) \geq \frac{1}{6}(x+4) \end{cases}$$

133 $\begin{cases} 5 + 3x > 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2 - 5x > 0 \\ x + 1 < 0 \end{cases}$

138

$$\begin{cases} \frac{x+1}{4} - \frac{1-x}{3} > \frac{1}{2} \\ \frac{4+2x}{4} + \frac{1-2x}{2} < 1 \end{cases}$$

134 $\begin{cases} 4x - 3 < x \\ 2x + 1 > x \end{cases}$

$\begin{cases} 5x + 4 > 2x \\ 1 - 3x < 2 \end{cases}$

139

$$\begin{cases} \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{2} \geq 3 \\ \left(1 - \frac{1}{2}\right)x + \left(2 + \frac{1}{2}\right)(x-1) < 0 \end{cases}$$

135 $\begin{cases} 4 + x - (1 + 2x) \geq 3 \\ 1 + x < 4 - (2 - 3x) \end{cases}$

140

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{3} - \frac{5}{6} < x + \frac{2x-1}{6} \\ \frac{1+2x}{2} - x < 1 + \frac{x-2}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - 5x^2 + 6x = 0$$

[0; 2; 3]

$$49 \quad 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

VERO O FALSO?

- 50 a. La soluzione di un'equazione frazionaria che annulli un denominatore non è accettabile.
 b. Le condizioni di accettabilità delle soluzioni dell'equazione $\frac{x+2}{x-2} = 0$ sono $x \neq \pm 2$.
 c. Le C.A. delle soluzioni dell'equazione $\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{x}$ sono $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 1$.
 d. L'equazione $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2}$ non ha soluzione.
 e. L'equazione $\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{x} + 1\right) = \frac{1}{x^2} - 1$ è indeterminata.

Risolvi le seguenti equazioni numeriche frazionarie.

$$51 \quad \frac{3x}{x+3} - \frac{x+3}{3x} = \frac{8}{3}$$

$$52 \quad \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x+5}{5x-2} = \frac{3}{5}$$

$$53 \quad \frac{x-1}{x+2} - \frac{x}{4x-2} = \frac{3}{4}$$

$$54 \quad \frac{9x}{3x-2} - \frac{3x+2}{x} = \frac{x+4}{3x^2-2x}$$

$$55 \quad \frac{2x+1}{2x-1} - \left(2 + \frac{3}{x-2}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2x-1}\right) = 1$$

$$56 \quad \frac{5}{3x-9} - \frac{2}{3x} = \frac{x+2}{x} - \frac{x+2}{x-3}$$

$$57 \quad \frac{x-5}{x-1} - \frac{x-1}{x-5} = \frac{x-21}{x^2-6x+5}$$

$$58 \quad \frac{x-1}{2x-4} - \frac{x-3}{2x+8} + \frac{3}{x^2-2x} = \frac{4x+1}{x^2+2x-8}$$

$$59 \quad \frac{x+2}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2-x-2} = \frac{2x+2}{x^2-3x+2}$$

$$60 \quad \frac{2x-1}{x-1} + \frac{1}{6} = \frac{x(x-7)}{6x^2-18x+12} - \frac{2x-3}{2-x}$$

$$61 \quad \frac{4}{3x^2-3} + 2\left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x}\left(2 - \frac{1}{x-1}\right)$$

$$62 \quad \frac{1}{x^2+x} + \frac{x-1}{x^2+2x+1} = \frac{1}{x}$$

$$63 \quad 1 + \frac{1-2x}{6x-4x^2} = \frac{2x}{2x-3} - \frac{1}{2x}$$

$$64 \quad \frac{1+x}{x+2} - 2 + \frac{x+1}{x} = \frac{2}{x^2+2x}$$

[indeterminata: $x \neq -2$]