

Compiti di matematica per le vacanze estive

Cari ragazzi,

vi elenco di seguito i compiti di matematica che dovrete svolgere durante l'estate; vi ricordo di concedervi almeno un mese di meritato riposo, ma prima o poi dovrete rimettervi al lavoro per tornare a scuola preparati ad affrontare il nuovo anno.

Vi invito a leggere il capitolo sulle equazioni e disequazioni irrazionali e a provare a fare qualche esercizio: una volta tornati a scuola riprenderemo l'argomento insieme, ma se vi portate avanti con lo studio sarà tutto più facile e veloce.

A inizio anno faremo una verifica relativa agli argomenti dell'anno precedente basata sugli esercizi che vi allego in PDF.

Ai DSA chiedo di rivedere tutte le mappe concettuali fatte durante l'anno e di conservarle per il prossimo anno scolastico.

Godetevi l'estate!!

Un caro saluto,

Prof. Garbarino

Risolvi i seguenti sistemi interi con i metodi più opportuni.

$$\begin{cases} (x+2)^2 + 1 = x^2 + 5y \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad [(0; 1)]$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{3} + 3 = \frac{x-2y}{6} \\ x + \frac{2(4y-5x)}{9} = 1 \end{cases} \quad \left[(-15; -\frac{3}{4})\right]$$

$$\begin{cases} 3(y-1) = -3(x+2) \\ 5x - 3y = 1 \end{cases} \quad \left[(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4})\right]$$

$$\begin{cases} 2x + y + 4 = 0 \\ \frac{3x+y}{3} + \frac{2y-x}{5} = x + \frac{2}{5} \end{cases} \quad [(-2; 0)]$$

$$\begin{cases} \frac{3x+y}{5} = x - \frac{y+7}{10} - \frac{1}{2} \\ \frac{y-x}{2} + \frac{2x+y}{3} = y + \frac{4}{9} \end{cases} \quad \left[(4; \frac{4}{3})\right]$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2} = \frac{y+1}{2} \\ \frac{1-y}{3} - 2x - 3 = 0 \end{cases} \quad [(-1; -2)]$$

$$\begin{cases} x + 3 + (y+1)^2 = y^2 \\ 3(x+2y) = 2 \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

$$\begin{cases} \frac{x-y}{4} + \frac{y+2}{7} = 2y-8 \\ 3y+4 = \frac{8x-3y}{3} + \frac{9y-5x}{4} \end{cases} \quad [(9; 5)]$$

$$\begin{cases} 5x - y - 13 = 0 \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+3}{2} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad [(2; -3)]$$

$$\begin{cases} \frac{3x-3y}{2} - 2x + \frac{y}{3} = \frac{5}{3} \\ \frac{x+y}{2} + \frac{y-2x}{3} = y + \frac{1}{9} \end{cases} \quad \left[(\frac{4}{3}; -2)\right]$$

$$\begin{cases} (3x-2y-6) - \frac{2x-3y-3}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3}(y-x) - (x-1)^2 = (1-x)(1+x) \end{cases} \quad \left[(\frac{5}{2}; -2)\right]$$

$$\begin{cases} (x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) - x(x+2) + 6y = 1 \\ (y-2)(y+3) + 5 = y(y-3) + 2(x-y) + \frac{1}{4} \end{cases} \quad [\text{indeterminato}]$$

Risolvi i seguenti sistemi fratti.

$$\begin{cases} \frac{2}{x^2 - y^2} = \frac{1}{x - y} + \frac{3}{4(x + y)} \\ \frac{4}{y} - x = \frac{x(3 - y)}{y} + 1 \end{cases} \quad [(1; 1), \text{ non accett.}]$$

$$\begin{cases} \frac{y + 1}{x + 1} - \frac{y - 1}{x - 1} = \frac{1}{x^2 - 1} \\ \left(\frac{y - 1}{4} + 2x \right) + \frac{y - 6x}{2} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{7}{2}; -4 \right) \right]$$

$$\begin{cases} \frac{2x + y}{x - 1} = \frac{1}{3} \\ 3x + y + 1 = 0 \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y + 1} = \frac{1}{5} \\ \frac{1}{x - 1} = \frac{2}{3y + 1} \end{cases} \quad [\text{impossibile}]$$

Scrivi le condizioni di esistenza dei seguenti radicali.

$$\sqrt{17ax^2}; \quad \sqrt{2x+6}.$$

$$[a \geq 0; x \geq -3]$$

$$\sqrt[3]{\frac{-3x}{a}}; \quad \sqrt[4]{-2x}.$$

$$[a \neq 0; x \leq 0]$$

$$\sqrt{-(-x)^5}; \quad \sqrt[3]{\frac{1}{x-2}}.$$

$$[x \geq 0; x \neq 2]$$

$$\sqrt{\frac{1+x}{2-x}}; \quad \sqrt{\frac{1}{y^2-2y+1}}.$$

$$[-1 \leq x < 2; y \neq 1]$$

$$\sqrt[4]{(y-3)(y+4)}; \quad \sqrt[5]{\frac{3x}{(x-2)^3}}.$$

$$[y \leq -4 \vee y \geq 3; x \neq 2]$$

$$\sqrt{\frac{a^2-a}{a+1}}; \quad \sqrt[6]{\frac{1}{b} - \frac{1}{b+4}}.$$

$$[-1 < a \leq 0 \vee a \geq 1; b < -4 \vee b > 0]$$

$$\sqrt{\frac{x^2+4}{x^2}}; \quad \sqrt[3]{\frac{x-2}{x^3-4x}}.$$

$$[x \neq 0; x \neq 0, x \neq 2, x \neq -2]$$

$$\sqrt{x^2+2x-3}; \quad \sqrt[4]{|x-2|(x^2+1)}.$$

$$[x \leq -3 \vee x \geq 1; \forall x \in \mathbb{R}]$$

$$\sqrt{\frac{|x|-1}{(x+1)^2}}; \quad \sqrt[4]{\frac{y-3}{|1-y|-1}}.$$

$$[x < -1 \vee x \geq 1; 0 < y < 2 \vee y \geq 3]$$

Disponi in ordine crescente i seguenti radicali.

$$\sqrt{6}; \quad \sqrt[3]{5}; \quad \sqrt[4]{10}; \quad \sqrt[6]{13}.$$

$$\sqrt{3}; \quad \sqrt[3]{7}; \quad \sqrt[6]{50}; \quad \sqrt{10}.$$

$$\sqrt[6]{3}; \quad \sqrt[3]{2}; \quad \sqrt[4]{\frac{3}{2}}; \quad \sqrt{2}.$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{5}}; \quad \sqrt[6]{\frac{3}{8}}; \quad \sqrt[9]{\frac{2}{3}}; \quad \sqrt[18]{\frac{1}{1000}}.$$

Semplifica la seguente espressione.

$$\sqrt{13 - \sqrt[3]{8^2}} - \sqrt[4]{3^8} + \sqrt[3]{27 \cdot 64} + \sqrt[5]{3^{10}(-2)^5}$$

Semplifica i seguenti radicali, dopo aver determinato le condizioni di esistenza.

a. $\sqrt[10]{\frac{(a+2)^5(a+1)^{12}}{a^7+a^5+2a^6}}$; **b.** $\sqrt[6]{\frac{3x-2}{(x-2)^2} + \frac{1}{x-2} + 1}$.

Ordina i seguenti radicali in senso crescente.

$$\sqrt[3]{7}; \quad \sqrt[6]{50}; \quad \sqrt{\frac{2^2}{3^{-1}}}; \quad \sqrt[4]{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}.$$

$$\sqrt[7]{\frac{x+2}{x^3}} : \sqrt{(x+2)} \sqrt[4]{\frac{x+2}{x^3}} : \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^2+2x}} \right)^3 \quad \left[\sqrt{x(x+2)} \right]$$

$$\sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x-y}{x+y}} : \sqrt[12]{\frac{x-y}{x+y}} \quad \left[\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}} \right]$$

$$(a+b)^2 \cdot \sqrt{(a^2-b^2)} : \sqrt[4]{a^6-b^6-3a^4b^2+3a^2b^4} \quad \left[|a+b| \cdot \sqrt[4]{\frac{(a+b)^3}{a-b}} \right]$$

$$\sqrt{\frac{1}{x}} \sqrt{\frac{1}{x}} \sqrt[4]{x^3} \quad \left[\sqrt[8]{\frac{1}{x^3}} \right]$$

$$\sqrt{25a^2+25} - \sqrt{4a^6+4+12a^4+12a^2} - \sqrt{9a^2+9} \quad [-2a^2\sqrt{1+a^2}]$$

$$\left(\frac{3x}{\sqrt{3x+2}} - \sqrt{3x-2} \right) \cdot \left(\sqrt{3x+2} + \frac{3x}{\sqrt{3x-2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3x+2}}{2} - \frac{3x}{\sqrt{3x-2}} \quad [-\sqrt{3x-2}]$$

$$\left(\frac{4a}{\sqrt[3]{a^2b}} + \sqrt[3]{ab^2} \right) \left(\sqrt[3]{a^2b} - \frac{4a}{\sqrt[3]{ab^2}} \right) : (b^2-16) \quad \left[\frac{a}{b} \right]$$

$$\sqrt{\frac{a^6+8a^3+12a^4+6a^5}{a-2}} : \sqrt[3]{\frac{a^6+4a^5+4a^4}{a^4+24a^2+16-8a^3-32a}} : \sqrt[6]{\frac{(a^2-4)^5}{a^3}} \quad [\sqrt[3]{a^2}]$$

$$\sqrt[6]{\frac{(2b-1)^4}{2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4b^2-1}{2b}} : \sqrt[6]{\frac{4b^2+4b+1}{64b^6-8b^3-96b^5+48b^4}} \quad [(2b-1)\sqrt{2b-1}]$$

Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili supponendo che i fattori letterali siano positivi.

$$\sqrt[5]{\frac{32a^5}{x^{22}y^{12}}} \quad \left[\frac{2a}{x^4y^2} \sqrt[5]{\frac{1}{x^2y^2}} \right] \quad \sqrt{\frac{a^4b^2+a^4-2a^4b}{4b^3}} \quad \left[\frac{a^2|b-1|}{2b} \sqrt{\frac{1}{b}} \right]$$

$$\sqrt[4]{\frac{x^4+16}{x^4y^4}} \quad \left[\frac{1}{|xy|} \sqrt[4]{x^4+16} \right] \quad \sqrt{\frac{b^4x^3}{b^2+1-2b}} \quad \left[\frac{b^2x}{|b-1|} \sqrt{x} \right]$$

Trova le condizioni di esistenza e, dopo aver eseguito le operazioni, trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili.

$$\sqrt{\frac{a+2}{2}} : \sqrt[3]{\frac{a^2}{4}} \cdot \sqrt{\frac{4}{a+2}} \quad \left[\text{C.E.: } a > -2, a \neq 0; \sqrt[6]{\frac{(a+2)^4}{2a^4}} \right]$$

Trasporta dentro al segno di radice i fattori esterni, supponendo che i fattori letterali siano positivi.

$$(x+1)\sqrt{\frac{1}{x^2+2x+1}} \quad [1] \quad \frac{x+1}{x-3} \sqrt{\frac{2x+4}{x+1} - \frac{x+2}{x-1}} \quad \left[\sqrt{\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-3)}} \right]$$

$$(a-6)\sqrt[3]{\frac{2}{3a-18}} \quad \left[\sqrt[3]{\frac{2}{3}(a-6)^2} \right] \quad \frac{3}{y+3} \sqrt{\frac{y^3-2y^2-9y+18}{3y-9}} \quad \left[\sqrt{\frac{3(y-2)}{y+3}} \right]$$

Razionalizza i denominatori supponendo che i fattori letterali siano positivi.

$$\frac{a-3}{\sqrt{a^2-9}}; \quad \frac{2ab}{\sqrt[3]{4a^2b}}; \quad \frac{10}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad \left[\frac{\sqrt{a^2-9}}{a+3}; \sqrt[3]{2ab^2}; 2\sqrt{3}-\sqrt{2} \right]$$

$$\frac{2\sqrt{5}+5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-5\sqrt{2}}; \quad \frac{b+3(1+\sqrt{b+3})}{\sqrt{b+3}}; \quad \frac{(x+y)\sqrt[3]{x+y}}{\sqrt[6]{x+y}} \quad \left[-\frac{7+2\sqrt{10}}{3}; 3+\sqrt{b+3}; (x+y)\sqrt[6]{x+y} \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni.

$$\sqrt{5}(x-1) = 2(x+1)$$

$$[(\sqrt{5}+2)^2]$$

$$\frac{5}{x-\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} = \frac{5x+\sqrt{2}}{x^2-2}$$

$$[\sqrt{2}-2]$$

$$\frac{x\sqrt{5}-\sqrt{3}}{x\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{5x-3}{5x+3}$$

$$[x=0]$$

$$\frac{(2\sqrt{2}+1)y}{\sqrt{2}} - \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - \frac{y}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2}+3$$

$$[y=\sqrt{2}+1]$$

$$\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{6}+3} + \frac{x\sqrt{3}}{2+\sqrt{6}} - \frac{2x-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{x-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$[x=\sqrt{2}+\sqrt{3}]$$

Risolvi i seguenti sistemi.

$$\begin{cases} \sqrt{5}x+y=-4 \\ 2x+2\sqrt{5}y=0 \end{cases}$$

$$[-\sqrt{5};1]$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{3}x+\sqrt{2}y=3 \\ \sqrt{3}x+\sqrt{2}y=6 \end{cases}$$

$$[(-\sqrt{3}; \frac{9}{2}\sqrt{2})]$$

$$\begin{cases} (\sqrt{3}+1)x+2y=3 \\ 4x-(\sqrt{3}-1)y=1 \end{cases} \quad \left[\left(\frac{3\sqrt{3}-1}{10}; \frac{11-\sqrt{3}}{10} \right) \right]$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}x+3y=3\sqrt{2}-1 \\ x+y=2\sqrt{2}-1 \end{cases}$$

$$[\sqrt{2}; \sqrt{2}-1]$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

$$\sqrt{3}(x-2)+\sqrt{3} > 3x-1$$

$$\left[x < -\frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$\sqrt{2}(2x+\sqrt{2}) > (\sqrt{3}-\sqrt{2})x - \sqrt{3}x + 4$$

$$\left[x > \frac{\sqrt{2}}{3} \right]$$

$$2x-\sqrt{2}(x+1)+(\sqrt{6}+x)(\sqrt{6}-x) < x(4-x)+7-3x$$

$$[x > -3-2\sqrt{2}]$$

$$\frac{x}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{1-x}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} < \sqrt{3}+1$$

$$\left[x < \frac{9-\sqrt{15}+2\sqrt{3}}{6} \right]$$

$$\frac{2x-1}{\sqrt{2}} - \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} > x - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$[x < 0]$$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$\left(2^{\frac{1}{3}} + 3^{-\frac{1}{3}} \right) : \left(3^{-1} + 2^{-\frac{2}{3}} \right) \cdot 6^{-1} : \left(1 + 6^{-\frac{1}{3}} \right) \cdot \left(3 + 2^{\frac{2}{3}} \right)$$

$$[1]$$

$$\left[\left(3^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot b \cdot b^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{3}{4}} \cdot \left(3^{\frac{1}{6}} \cdot a^2 \cdot b^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{4}{3}} \right) : a^2 b^{\frac{1}{3}}$$

$$[\sqrt[3]{3}ab]$$

$$(x-y)^{\frac{1}{2}} : \left[(x+y)^{\frac{1}{2}} + (x-y)^{\frac{1}{2}} \right] + (x-y)^{\frac{1}{2}} : \left[(x-y)^{\frac{1}{2}} - (x+y)^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{con } x > y > 0$$

$$\left[\frac{y-x}{y} \right]$$

Verifica che il triangolo di vertici $A(-2; -3)$, $B(3; -\frac{1}{2})$, $C(-8; 9)$ è rettangolo e poi verifica che la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa.

Dato il triangolo ABC con $A(1; 1)$, $B(7; 3)$ e $C(3; 5)$, stabilisci che esso è isoscele sulla base AB . Dopo aver determinato i punti medi M_1 e M_2 dei lati obliqui, verifica che il segmento M_1M_2 è uguale alla metà di AB .

Dato il rombo di coordinate $A(-2; -2)$, $B(11; -2)$, $C(16; 10)$, $D(3; 10)$, trova il perimetro. Determina poi i punti medi di AB e BC e calcola la lunghezza del segmento che li congiunge. $[52; 3\sqrt{13}]$

Il quadrilatero di vertici $A(-1; -3)$, $B(3; -7)$, $C(7; -3)$ e D è un quadrato. Determina le coordinate del punto D sapendo che il punto medio del segmento DC è $M(5; -1)$. Calcola poi perimetro e area del quadrato. $[D(3; 1); 16\sqrt{2}; 32]$

Se $M(1; 1)$ è il punto di incontro delle diagonali di un quadrato $ABCD$ di lato $l = \sqrt{2}$, determina le coordinate dei vertici del quadrato, sapendo che le diagonali sono perpendicolari agli assi coordinati. $[A(1; 0); B(2; 1); C(1; 2); D(0; 1)]$

Del rombo $ABCD$ sono noti i vertici $A(1; 0)$, $B(5; 3)$ e il punto di incontro delle diagonali $M(1; 3)$. Determina le coordinate degli altri vertici C e D e calcola il perimetro del rombo.

$$[C(1; 6); D(-3; 3); 2p = 20]$$

Considera i punti $A(a+3; 1)$ e $B(3; b)$, con a e b numeri reali. Determina a e b in modo che la distanza \overline{AB} sia uguale a 1 e che il punto medio M del segmento AB sia situato sulla retta $y = \frac{1}{2}$. $[a = b = 0; A(3; 1); B(3; 0)]$

Dati i punti $A(-1; 2)$, $B(k-2; -3)$, $C(4; -2)$, determina k in modo che $\frac{1}{4}\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2$. $[\frac{17}{8}]$

Considera i punti $A(-2; 1)$, $B(2a-1; b)$, $C(6; 5)$, $D(a-4; 2b)$ e trova a e b in modo che i segmenti AC e BD abbiano lo stesso punto medio. Disegna poi il quadrilatero $ABCD$ e calcolane il perimetro e l'area. $[a = 3; b = 2; 10\sqrt{2} + 2\sqrt{10}; 20]$

Dati i punti $A(1; 2k)$, $B(-3; 6)$ e $C(k; 3)$, trova per quale valore di k i punti medi M e N dei segmenti AB e AC hanno la stessa ascissa. Rappresenta il triangolo ottenuto e calcolane il perimetro e l'area. $[k = -3; 4\sqrt{10} + \sqrt{97} + 3; 6]$

$A(3; 0)$, $B(7; 3)$ e $C(3; 6)$ sono tre vertici consecutivi di un quadrilatero. Determina un punto D tale che $ABCD$ sia un rombo e calcola la sua area. $[D(-1; 3); A = 24]$

Dopo aver verificato che il quadrilatero $ABCD$, con $A(0; 3)$, $B(4; 0)$, $C(7; 4)$ e $D(3; 7)$, è un quadrato, determina sull'asse x un punto E tale che l'area del triangolo BED sia uguale a quella di AOB , dove O è l'origine degli assi.

$$[E_1(\frac{16}{7}; 0); E_2(\frac{40}{7}; 0)]$$

Sia $ABCD$ un rombo con $A(-2; 0)$, $C(2; 0)$ e D appartenente all'asse y di ordinata 4. Siano inoltre noti i punti medi dei lati AB e BC , rispettivamente $M_1(-1; -2)$ e $M_2(1; -2)$.

Determina le coordinate del punto B e calcola l'area del rombo. Trova poi le coordinate dei punti medi M_3 e M_4 dei lati DC e AD e determina il perimetro del quadrilatero $M_1M_2M_3M_4$. Di che tipo di quadrilatero si tratta? Verifica inoltre che il perimetro del quadrilatero costruito è uguale alla somma delle diagonali del rombo.

$$[B(0; -4); 16; M_3(1; 2); M_4(-1; 2); 12]$$

Disegna i grafici delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni.

$$y = 4x - 3$$

$$y = -3$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = -x + 3$$

$$y = -3x$$

$$y = -3x - 2$$

$$y = -5x + 7$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$y = 2x + 6$$

$$x = -5$$

$$y = -\frac{4}{5}x - 2$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$y = x + \frac{1}{4}$$

$$y = 2$$

$$y = -4x + 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$

$$y = 2x - \frac{5}{2}$$

Per ciascuna retta, scrivi l'equazione della parallela e della perpendicolare a essa, passanti per il punto A.

$$y = \frac{1}{3}x, \quad A(1; 1).$$

$$\left[y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}; y = -3x + 4 \right]$$

$$y = \frac{7}{6}x, \quad A(-3; -3).$$

$$\left[y = \frac{7}{6}x + \frac{1}{2}; 6x + 7y + 39 = 0 \right]$$

$$y = -\frac{8}{9}x, \quad A(-1; 5).$$

$$\left[y = -\frac{8}{9}x + \frac{37}{9}; 9x - 8y + 49 = 0 \right]$$

$$y + 3x + 2 = 0, \quad A(0; -2).$$

$$\left[y = -3x - 2; y = \frac{1}{3}x - 2 \right]$$

$$6x - 3y - 2 = 0, \quad A(-5; 2).$$

$$[y = 2x + 12; x + 2y + 1 = 0]$$

$$3x - y - 4 = 0, \quad A(0; -4).$$

$$\left[y = 3x - 4; y = -\frac{1}{3}x - 4 \right]$$

$$x + y = 0, \quad A(1; -1).$$

$$[y = -x; y = x - 2]$$

Scrivi l'equazione della retta che passa per l'origine degli assi ed è parallela alla retta di equazione:

$$2x - 3y + 2 = 0.$$

$$\left[y = \frac{2}{3}x \right]$$

Risolvi le seguenti equazioni.

$$\frac{33x-1}{2} - \frac{1}{2}(x+1) = 4x(1-x) - (2x-3)^2 \quad [\text{impossibile}]$$

$$4(2-x)(x+2) + 20 = 36(x+1) - x(2x+7) \quad \left[0; -\frac{29}{2}\right]$$

$$\frac{2(x+1)(x-1)}{3} - \frac{(2x+3)^2}{12} = \frac{x^2-3x-6}{4} \quad \left[\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right]$$

$$\frac{3}{2}(x-2) + \frac{1}{6} - x\left(1 - \frac{x}{3}\right) = \frac{(3x-2)(3x+2)}{3} - \frac{3}{2} \quad \left[0; \frac{3}{16}\right]$$

$$[(x+1)^2 - x^2](2x-1) - x(x-1) = 2(x^2-x) - (1-x) \quad [-2; 0]$$

$$\frac{1}{3}(x+2)^2 - \frac{1}{2} - \frac{4-x^2}{6} = \frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 \quad \left[0; \frac{1}{3}\right]$$

scomponi in fattori, se possibile, i seguenti trinomi.

$$x^2 - 3x - 4$$

$$[(x-4)(x+1)]$$

$$4x^2 + 3x - 10$$

$$[(x+2)(4x-5)]$$

$$2x^2 + 7x + 6$$

$$[(2x+3)(x+2)]$$

$$6x^2 - 13x + 6$$

$$[(2x-3)(3x-2)]$$

$$3b^2 - 4b + 1$$

$$[(3b-1)(b-1)]$$

$$-x^2 + 4x - 5$$

$$[\text{irriducibile}]$$

$$64x^2 + 25 - 80x$$

$$[(8x-5)^2]$$

$$x^2 - \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)x - \sqrt{2}$$

$$\left[\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x-2)\right]$$

$$6x^2 + 7x - 3$$

$$[(3x-1)(2x+3)]$$

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{4}x - 1$$

$$[(2x+1)(x-4)]$$

Quando possibile, semplifica le seguenti frazioni algebriche, indicando le condizioni di esistenza.

$$\frac{6x^2 - 7x + 2}{4x^2 - 2x}$$

$$\left[\frac{3x-2}{2x}, x \neq 0 \wedge x \neq \frac{1}{2}\right]$$

$$\frac{2x^2 + 11x + 12}{16 - x^2}$$

$$\left[-\frac{2x+3}{x-4}, x \neq \pm 4\right]$$

$$\frac{x^2 + 5x - 50}{3x^3 - 150x + 15x^2} \left[\frac{1}{3x}, x \neq 0 \wedge x \neq 5 \wedge x \neq -10\right]$$

$$\frac{k^2 + 7k + 10}{5k^2 + 6k + 1}$$

$$[\text{non semplificabile}]$$

$$\frac{4 - 16x}{4x^2 + 7x - 2} \left[-\frac{4}{x+2}, x \neq -\frac{1}{4} \wedge x \neq -2\right]$$

$$\frac{15x - 25x^2 - 10x^3}{12 - 20x - 8x^2} \left[\frac{5}{4}x, x \neq -3 \wedge x \neq \frac{1}{2}\right]$$

$$\frac{2x^2 - 3x - 2}{4x + 8x^2} \left[\frac{x-2}{4x}, x \neq -\frac{1}{2} \wedge x \neq 0\right]$$

$$\frac{16bx^2 + 8bx - 24b}{4x^2 + 2x - 6} \left[4b, x \neq 1 \wedge x \neq -\frac{3}{2}\right]$$

$$\frac{6a^2 + 29a - 5}{15a + 3a^2} \left[\frac{6a-1}{3a}, a \neq 0 \wedge a \neq -5\right]$$

$$\frac{10x^2 + 12ax + 2a^2}{x^2 + (a+1)x + a} \left[\frac{10x+2a}{x+1}, x \neq -1 \wedge x \neq -a\right]$$

$$\frac{x^2 - x}{2x^2 - x - 3} = \frac{x + 1,5}{1,5 - x} - 1$$

$$\left[0; -\frac{3}{5}\right]$$

$$\frac{1}{6x^2 - 5x - 1} - \frac{1}{1 - x^2} = \frac{1}{2x^2 - 3x + 1}$$

$$\left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$$

$$\frac{4}{x^2 - 2\sqrt{2}x} - \frac{2}{x^2 - \sqrt{2}x - 4} + \frac{\sqrt{2}}{x} = 0$$

$$[\text{imp.}]$$

$$\frac{x+1}{3x^2-4x+1} + \frac{2x-5}{9x^2-9x+2} = \frac{2}{3x-1}$$

$$[2 \pm \sqrt{3}]$$

$$\frac{1}{3y^2 + 5y + 2} = y \left(\frac{1}{2y^2 + y - 1} - \frac{1}{2y^2 - 3y - 5} \right)$$

$$[\text{imp.}]$$

$$\frac{(x^2 - 6x + 9)(x - 1)}{x + 1} \cdot \frac{3x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \frac{4x + 9}{x + 1}$$

$$\left[0; \frac{16}{3}\right]$$

$$\frac{x+3}{9x^2+6x+1} : \frac{1}{3x+1} + \frac{2}{x-2} = \frac{2(4x-x^2-1)}{3x^2-5x-2}$$

$$\left[-\frac{2}{3}; 1\right]$$

$$\frac{1}{x^2 - 3x} - \frac{9}{8x} = \frac{29}{2x^3 + 2x^2 - 24x} - \frac{1}{x^2 + 4x}$$

$$\left[\frac{7}{9}; 0 \text{ non accett.}\right]$$

$$\frac{2x}{x-1} - \frac{1-x}{x} - \frac{1}{x-x^2} = \frac{2-2x-3x^2}{x^2-x}$$

$$[\text{imp.}]$$

$$\frac{3x^2+4x}{x^2+4x} - \frac{6}{2x-1} = \frac{27}{4-7x-2x^2}$$

$$\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2} \text{ non accett.}\right]$$

$$\left(\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2}\right) : \left(1 - \frac{x-2}{x+2}\right) - \frac{1}{2} + x = 0$$

$$[\text{imp.}]$$

$$\frac{2(11x-24)}{12x-x^2-32} = \frac{5-x}{x-8} - 3 - \frac{16}{x-4}$$

$$\left[\frac{3}{4}; 12\right]$$

$$\frac{3-16x}{8x-4} + \frac{8x-1}{4-16x^2} = \frac{12x}{4-16x^2} - \frac{3}{8x+4}$$

$$\left[\pm \frac{\sqrt{2}}{8}\right]$$

Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x .

$$27x^3 - 3375 = 0$$

[5]

$$4x^4 + 45 - 29x^2 = 0 \quad \left[\pm \frac{3}{2}; \pm \sqrt{5}\right]$$

$$2x^3 + 7x^2 + 8x + 3 = 0$$

$\left[-\frac{3}{2}; -1\right]$

$$x^2(2x-3)(2x+3) + 2 = 0 \quad \left[\pm \frac{1}{2}; \pm \sqrt{2}\right]$$

$$32x^{10} + 275x^5 + 243 = 0$$

$\left[-\frac{3}{2}; -1\right]$

$$6x^3 + 1 - 7x^2 = 0 \quad \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 1\right]$$

$$3x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0$$

$\left[-2; -\frac{1}{3}; 2\right]$

$$625x^8 - 609x^4 - 16 = 0 \quad [\pm 1]$$

$$2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$$

$\left[-1; \frac{1}{2}; 2\right]$

$$2x^2 = \frac{2x^3 - 11x^2 + 3}{2x^2 + x}$$

$\left[+\frac{1}{2}\right]$

$$(2x^2 - 3)(4x + 1) + 2x^2 = (2x - 1)(2x - 5) - 9$$

$\left[-\frac{1}{2}\right]$

$$12x^4 - 49x^3 + 74x^2 - 49x + 12 = 0$$

$\left[1; \frac{3}{4}; \frac{4}{3}\right]$

$$(x^2 - 3a^2)(x^2 + 3a^2) - 6a^2x^2 = (x^2 - 2a^2)(a^2 - 3x^2) - 10a^4$$

$\left[\pm \sqrt{3a}; \pm \frac{1}{2}a\right]$

Risolvi i seguenti sistemi nelle incognite x , y e z (dove compare).

$$\begin{cases} x = 4 \\ y^2 + 2x = 12 \end{cases}$$

$$[(4; 2), (4; -2)]$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x^2 - 2y = 2 \end{cases}$$

$$[(2\sqrt{2}; 3), (-2\sqrt{2}; 3)]$$

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 2x - 2y \end{cases}$$

$$\left[(2, 0), \left(\frac{4}{5}; -\frac{12}{5} \right) \right]$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ (x - 2)^2 + 2xy = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\left[\left(\frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{4 - \sqrt{10}}{2} \right), \left(-\frac{\sqrt{10}}{2}; \frac{4 + \sqrt{10}}{2} \right) \right]$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - y + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{2}(y + 2)(y - 2) = 3x - 4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\left[\left(2\sqrt{2} - \sqrt{6}; \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2} \right), \left(2\sqrt{2} + \sqrt{6}; \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} \right) \right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

$$12x^2 - 5x - 2 \geq 0$$

$$\left[x \leq -\frac{1}{4} \vee x \geq \frac{2}{3} \right]$$

$$\left(\frac{x}{3} - 1\right)\left(\frac{x}{3} + 1\right) + 2x < (x-1)^2 + 2$$

$$\left[x < \frac{3}{2} \vee x > 3 \right]$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2(x-3) \geq 0$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \geq \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}x\right)$$

$$\left[x \leq \frac{2}{3} \vee x \geq 2 \right]$$

$$-3x^2 - 13x + 10 \geq 0$$

$$\left[-5 \leq x \leq \frac{2}{3} \right]$$

$$2\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4x - \frac{15}{2}\right] < x^2 - \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\left[x < -4 \vee x > -\frac{7}{2} \right]$$

$$x^2 - 6x + 45 \geq 0$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$7x^2 - 9ax + 2a^2 > 0 \quad (a > 0)$$

$$\left[x < \frac{2}{7}a \vee x > a \right]$$

$$(x-a)(x+a) + \frac{3}{2}a(x-a) > 0 \quad (a > 0)$$

$$\left[x < -\frac{5}{2}a \vee x > a \right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

$$4x^3 - 8x^2 - 21x \leq 0 \quad \left[x \leq -\frac{3}{2} \vee 0 \leq x \leq \frac{7}{2} \right]$$

$$2x^3 - x^2 - 11x + 10 > 0 \quad \left[-2 < x < 1 \vee x > \frac{5}{2} \right]$$

$$8x^4 - 14x^2 + 7 > 0 \quad [\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$9x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$\left[-1 < x < -\frac{2}{3} \vee \frac{1}{3} < x < 1 \right]$$

$$2x^3 - x^2 - 8x + 4 > 0 \quad \left[-2 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2 \right]$$

$$5x^3 + 9x^2 - 8x - 12 \leq 0 \quad \left[x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq \frac{6}{5} \right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni.

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2} > 0$$

$$\frac{2x + 3}{x} - \frac{6}{x - 1} < 0$$

$$4 - \frac{2x + 6}{2 - x} \leq \frac{x + 1}{2x - 4}$$

$$\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$$

$$[x < -1 \vee x > 3]$$

$$\left[-\frac{1}{2} < x < 0 \vee 1 < x < 3 \right]$$

$$\left[\frac{5}{11} \leq x < 2 \right]$$

$$[0 \leq x < 2 \vee 3 < x \leq 4]$$

$$\frac{3}{x} + \frac{x}{x+1} > \frac{2x+1}{x}$$

$$\frac{4}{x-1} + 2 \leq \frac{3}{x+1} - \frac{x^2+2x-4}{x^2-1}$$

$$\frac{x}{x-4} - \frac{2x}{x+1} < \frac{9(x-1)}{x^2-3x-4}$$

$$\frac{5x^2}{32(4a-x)^2} - \frac{9x}{16(4a-x)} + \frac{9}{32} \geq 0 \quad (a > 0)$$

$$\frac{a^2x^4-1}{\sqrt{a}x^2-2x} < 0 \quad (a > 0)$$

$$[-\sqrt{2} < x < -1 \vee 0 < x < \sqrt{2}]$$

$$[-1 < x < 1]$$

$$[x < -3 \vee -1 < x < 3 \vee x > 4]$$

$$\left[x \leq \frac{3}{2}a \vee (x \geq 3a \wedge x \neq 4a) \right]$$

$$\left[-\frac{1}{\sqrt{a}} < x < 0 \vee \frac{1}{\sqrt{a}} < x < \frac{2}{\sqrt{a}} \right]$$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 5x+1 > 0 \\ 2x^2-x-3 < 0 \end{cases} \quad \left[\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2} \right]$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3-x} > 0 \\ x^2-16 < 0 \\ x^2-3x+2 > 0 \end{cases} \quad [0 < x < 1 \vee 2 < x < 3]$$

$$\begin{cases} x^2-7x+12 > 0 \\ x^2-6x+5 < 0 \\ 2x-10 < 0 \end{cases} \quad [1 < x < 3 \vee 4 < x < 5]$$

$$\begin{cases} \frac{x-4}{2x+1} > 0 \\ \frac{1}{2x^2+x} < 0 \\ 2x^2-x-3 < 0 \end{cases} \quad [\nexists x \in \mathbb{R}]$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{9-x^2} \geq 0 \\ \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} \leq \frac{4}{x^2-4} \end{cases} \quad [-3 < x < -2 \vee 1 \leq x < 2]$$

$$\begin{cases} \frac{x^2-7x+13}{x-7} < 0 \\ \frac{x+1}{x^4+2} \geq 0 \end{cases} \quad [-1 \leq x < 7]$$

Risolvi le seguenti equazioni con valori assoluti.

$$|5x^2 - 4x| - 1 = 0 \quad \left[1; -\frac{1}{5}\right]$$

$$|3x^2 + x| - |2x^2 - x + 15| = 0 \quad [-5; 3]$$

$$x + |x + 3| = x^2 \quad [-1; 3]$$

$$|6x^2 + 7x - 3| = 7x + 7 \quad \left[-\frac{1}{3}; \sqrt{\frac{5}{3}}\right]$$

$$|x^2 + x - 6| = x + 3 \quad [\pm 3; 1]$$

$$\left|\frac{2x+1}{x^2-4}\right| - 1 = 0 \quad [-3; 1 - \sqrt{6}; 1; 1 + \sqrt{6}]$$

$$\frac{|x+5|}{x^2-4} - \frac{4}{|x-2|} = \frac{1}{x+2} \quad \left[-\frac{15}{4}\right]$$

$$|2x^2 - 9x| + 10 = |6x - x^2| - 8 \quad [\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$10 + |x| \cdot (x+3) = (2x+1)|x+2| \quad [2]$$

Risolvi le seguenti disequazioni con valori assoluti.

$$2 - |5x - 2| > 0 \quad \left[0 < x < \frac{4}{5}\right]$$

$$|x^2 - 5| > 4 \quad [x < -3 \vee -1 < x < 1 \vee x > 3]$$

$$\left|\frac{15}{x^2} - 9\right| + 1 \leq 0 \quad [\text{impossibile}]$$

$$6 - |9 - 4x| > 2x \quad \left[\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}\right]$$

$$|5x - 8| + 1 - 7x > 0 \quad \left[x < \frac{3}{4}\right]$$

$$|x^2 - 6x + 8| \geq -6x \quad [\forall x \in \mathbb{R}]$$

$$x^2 - 1 > |x^2 - 5x + 1| - 2 \quad \left[0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2\right]$$

$$|5 - x| - 6x + 1 > |2x - 10| \quad \left[x < -\frac{4}{5}\right]$$

$$|9x - 4| < x + 5 - 3|4 - 9x| \quad \left[\frac{11}{37} < x < \frac{3}{5}\right]$$

$$|2x^2 + x - 1| - 3 \geq |x^2 + x| \quad [x \leq -2 \vee x \geq 2]$$